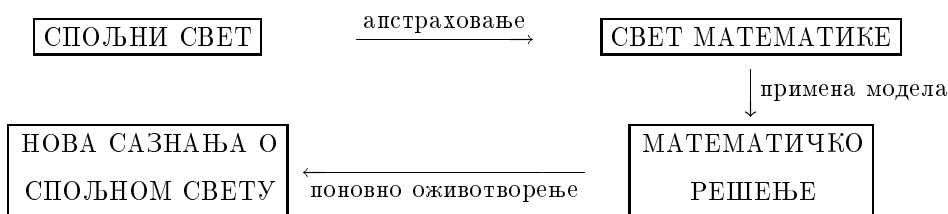


Др Јанош Пинтер

КИБЕРНЕТСКИ ПРИСТУП ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ¹

1. Настава математике као школа решавања проблема

Према Р. Скемпу [1], основни процеси код стварања и примене математичких објеката — математичког моделирања, шематски се могу приказати на следећи начин:



То су прилично сложене операције, које се заснивају на интелигенцији Б [2], на „интелигенцији у погону“. Психолошки аспекти стицања знања су класични проблеми психологије. Међутим, проблеми примене знања, посебно у области математике, знатно су суптилнији. Прихватајући наставу математике као „школу решавања проблема“ [3], ваља истаћи да постоје различити нивои схватања проблема [4]:

– Нулти ниво — делимично схватање проблема на основу репродуктивног знања. Ученик не узима у обзир конкретне услове задатка, већ једноставно репродукује знања на нивоу очигледности уџбеника, односно наставе. Активне мисаоне операције се остварују на веома ниском нивоу, а теоријска знања се не актуализирају и реализују током решавања проблема.

– Први ниво — конкретно, оперативно схватање проблема. У одсуству самосталног мишљења, уместо интелектуалне оријентације, проблем се решава у области практичних операција.

– Други ниво — делимично теоријско схватање проблема. На овом нивоу ученик делимично актуализира одређена теоријска знања и проблем решава на нивоу апстракција, али не води довољно рачуна о свим релевантним аспектима проблема и њиховом међудејству.

¹ Овај рад посвећујем Василију Дамјановићу из Сомбора, аутору прве математичке књиге код Срба, и др Василију Дамјановићу, директору Педагошког завода Војводине у пензији, мом великом учитељу

– Трећи ниво — потпуно схватање проблема. Ученик на основу анализе проблема узима у обзир све релевантне факторе и њихова дејства и међудејства, и то на нивоу теоријских сазнања.

Чиме се може објаснити овај широки дијапазон нивоа схватања проблема?

Пре свега, ради се о степену развијености мишљења детета. Према Ј. Пијажеу, три су основна нивоа у интелектуалном развоју детета [5]:

– Ниво чула, кинестетички ниво, када дете учи на основу манипулација (до 6. године живота). То је период формирања првих, недовољно самосталних представа и појмова. Дете у овој фази, у фази интуитивне интелигенције, није у стању да врши груписање менталних операција и логичких релација. Своје закључке слаже један поред другог, уместо да их повезује и сједињује у једну логичку целину.

– Ниво конкретних операција (од 7. до 11. године). Појмови и проблемско мишљење су још увек везани за конкретне активности и предмете и дете није у стању да врши мисаоне операције са апстракцијама, али већ тражи узроке, поставља многа питања и тиме себе мотивише за даљи развој.

– Ниво формалних операција (интензивније се развија од 11. до 14. године). Развој мишљења у овом периоду тежи ка равнотежи у психичком стању детета. На разне утицаје (посебно неповољне) спољњег света, који ремете психолошки мир детета, активира се разум, да би пронашао компензацију за изгубљено и вратио психолошку равнотежу детета. Мишљење је у стању да пробије оквири простора и времена, постаје независно од објеката и конкретних активности детета, и у могућности је да прелази границе реалности. Од овог периода дете је способно да оперише апстракцијама, појмовима и симболима.

Према овим схватањима могућности математичког моделовања, формирања и примене математичких модела у млађим разредима основне школе (од 7. до 11. године живота) знатно су лимитирана.

Међутим, многи други савремени психолози² сматрају да се способност апстраховања и операције са апстракцијама јављају код детета и раније, у 7–8. години живота. Дете, на пример, може да веже камен о уже и да га назове псом; слично, нацртане тачке могу му представљати лутке итд. По овим ауторима, у области математике, формирање апстракција и однос апстрактног и конкретног је специфичан. Између њих постоји стално узајамно дејство. Апстракције морају бити поткрепљене битним конкретним садржајима, а њихова што шира примена омогућује да апстрактни садржаји постану конкретни.

Тиме се дошло до другог веома важног фактора, који поред степена развијености мишљења детета знатно утиче на ниво решавања проблема. Дакле пут од конкретног до апстрактног мора бити темељно грађен и довољно широк, да би био „проходан и за теже ствари“ и „двосмеран“, наиме, да би омогућио кретање и у супротном смеру, од апстрактног ка конкретном. У случају ниског нивоа мисаоних операција, анализе-синтезе и апстраховања приликом формирања математичких модела, теоријска знања ученика се недовољно актуализирају у свести ученика код примене тих модела. Очигледност, ако је она уска, често

²В. В. Давидов, Д. Б. Елконин, Z. Semadeni, I. S. Bruner, F. Lénárd итд.

кочи применљивост стечених знања, јер задржава одговарајуће асоцијације у једној равни. Коначно, чињеница је да уочавање теоријских, дакле и математичких релација, у конкретним ситуацијама иде путевима сазнања те теорије, односно формирања одговарајућих модела. Ти путеви, у настави математике (математизација стварности), треба да буду познати и проходни ученицима, јер ако то нису, њихова знања ће остати на нивоу конкретног, или ће „лебдети“ у сфери апстрактног.

2. Кибернетски приступ почетној настави математике

Почетна настава математике негира свако „а priori“, аксиоматско увођење појмова, „... јер тамо, у реалности, треба чистити од споредних, или случајних особина, тамо се појављују противречности, а без тога математичко мишљење се не може потпуно развити. Ако не излази из математике, у којој нема противречности, или несагласности, његово мишљење остаје једнострано, неприменљиво на животне и професионалне проблеме.“ [6]

Овај проблем могуће је ефикасно разрешити помоћу математичко-кибернетског моделирања, односно кибернетског приступа почетној настави математике.

У чему се она огледа?

Реални проблем, оригинал, представља предмет анализе-синтезе. На тај начин се долази до разних информација о оригиналу. Затим се врше одређена апстраховања, издвајају се битне карактеристике конкретних ствари и формирају се нови идеализовани системи. Тако се долази и до математичких појмова, релација, модела — до апстракција првог степена.

Када је математички објекат дефинисан, у следећој фази се приступа његовом изучавању. Најчешће ће то бити математичка, дакле формална анализа, али долази у обзир и симулација, односно моделски експеримент, са или без коришћења рачунара. Симулација је чак и неопходни методски поступак у случају описних модела, односно у случају испитивања математичких модела које ученици још нису у могућности да математички анализирају и реше.

Добијеним решењима, резултатима математичких модела, треба дати и одговарајућу интерпретацију у области оригинала, и тако стечене информације проверити и уградити у дотадашњи систем знања ученика.

Основне релације између оригинала, субјекта моделирања и модела указују на следеће могућности овог приступа настави математике:

1. Ученик сам или у групи, а најчешће уз помоћ наставника:
 - анализира оригинал и стиче основне информације о њему,
 - доноси одлуку о дефинисању математичког модела,
 - дефинише, односно врши избор модела,
 - решава или испитује математички модел,
 - интерпретира добијене резултате у области оригинала,
 - уграђује и проверава нова сазнања о оригиналу у већ постојећи систем знања,
 - у случају потребе модификује процес моделирања.

2. Апстраховањем небитних ствари из посматраних аспеката (а и у односу на узрастне особине ученика), преко модела проблеми су прилагођени школским и ученичким могућностима и то на бази свесне мисаоне активности ученика, у заједничком раду ученика и наставника.

3. Овај приступ настави математике имплицира интензивнији интелектуални развој ученика, иницира политехнизацију наставе и подразумева одговарајућу корелацију у настави сродних предмета.

3. Алгоритми у почетној настави математике

У циљу решавања одређене врсте проблема формирају се алгоритми, који су у ствари уређени скупови свих правила, операција и релација тзв. алгоритамских корака за решавање сличних проблема. У свакодневном животу многе „алгоритме“ извршавамо несвесно, а друге памтимо и према потреби користимо. Најсавршенији алгоритми су математички модели, које, примењујући их на одређене бројне податке, користимо за решавање разних проблема квантитативне природе. Неки сложенији проблеми не могу се описати строгим математичким формулама, већ неким другим алгоритмима, које најчешће изражавамо помоћу блокдијаграма. Ово последње чак бисмо и морали урадити у почетној настави математике. Данас се све више ослањамо на формирање модела, алгоритама, а њихова реализација се препушта рачунарима. Дакле, примена алгоритама – планова решавања задатака у облику блокдијаграма, у почетној настави математике је и методичко и гносеолошко, а и васпитно питање.

4. Примери примена кибернетског приступа почетној настави математике

I Једначине. Појам једначине ваља увести помоћу осмишљених практичних проблема, да би се тиме указало на њено порекло, а тиме и на њену примену. Ти проблеми не треба да буду лишени животних димензија. Управо математизација реалних ситуација треба да је у центру пажње почетне наставе математике. Техника рачунања је такође значајна димензија наставе математике, али није основна, а посебно не и једина. Истраживања [7] указују на то да је ниво формалног решавања линеарних једначина у вишим разредима основне школе врло висок, међутим решавање стварних проблема помоћу математичких модела наилази на озбиљне тешкоће. Корени овог стања су дубљи и извиру још из почетне наставе математике.

Узмимо, на пример, један задатак из четвртог разреда основне школе: „Шеснаест радника може да заврши неки посао за 96 радних часова. За које ће време исти посао завршити 8 радника?“

Проблем стоји као „ветрењача“, очишћен од свих сувишних ствари, да решаваоца не би нешто збунило.

Замислимо да је овај задатак дат у следећем облику: Шеснаест радника од којих десет од 35 година и шест од 20 година, утоваривали су у 48 камиона, по 100 сандука робе за 96 радних часова. За које ће време исти посао завршити 8 радника?

Прво што је уочљиво да су из аспекта овог задатка године живота радника ирелевантне, као и природа посла. Дакле, можемо их занемарити. На основу ре-

levantних података треба оформити одговарајући математички модел (једначину), који ће омогућити да дођемо до решења проблема (и свих сличних проблема — који ће имати исти математички модел).

Дакле: 16 радника завршили би неки посао за 96 радних часова. То значи да: 1 радник завршио би посао за $16 \times 96 = 1536$ радних часова. Одавде следи да: 1 радник за 1 час завршио би $\frac{1}{1536}$ -ти део посла. Према томе: 8 радника за 1 час завршили би $8 \times \frac{1}{1536}$ -ти део посла. Осам радника дати посао завршиће за y радних часова.

Отуда једначина гласи: $8 \cdot \frac{1}{1536} y = 1$.

А њено решавање:

$$8y = 1536$$

$$y = 1536 : 8$$

$$y = 192.$$

Решење проблема: Дати посао 8 радника ће завршити за 192 радна часа.

Овај проблем бисмо могли решити и једноставније, без једначине: Ако би шеснаест радника завршили дати посао за 96 радних часова, онда 8 радника ($1/2$ од шеснаест) тај исти посао би завршили за $2 \times 96 = 192$ радних часова.

Међутим, добијена једначина, као модел може да нам служи за решавање сличних проблема у сваком случају и утиче на формирање одговарајућих вештина и навика у овој области. Но, увођење и избор математичког модела проблема увек зависи од субјекта моделирања.

II Површине равних фигура. Кибернетски приступ овом проблему претпоставља следеће методичко решење:

– Полази се од неког проблема — оригинала. На пример, неку терасу облика правоугаоника, димензија $a = 6$ m и $b = 3$ m треба попловчати керамичким плочицама димензија 20 cm $\times$ 20 cm, дебљине 2 cm. Поставља се питање: колико је плочица потребно?

– Проблем треба пажљиво анализирати. Дебљина плочица није у овом случају важна. Пртајући плочице дуж једне и друге димензије правоугаоника, лако се долази до потребног броја плочица — множењем броја плочица у једној колони бројем колона.

– Даљом анализом-синтезом овог проблема — наглашавајући да димензије правоугаоника, као и „плочица“ могу бити различите, долази се до појма мерења и одређивања „величине“ површи. Током анализе могуће је поставити и питање облика „плочица“. Оне могу бити и правоугаоног облика, наравно и разних димензија. Међутим, закључак ће свакако бити да је најједноставније и најпрактичније ако је мерна јединица величине 1×1 и, наравно, јединствена.

– Након оваквог приступа појму и одређивању површине ваља очекивати суштинско разумевање добијеног модела и његову успешнију примену на реалне проблеме.

III Појам праве и равни. Пошто се ови појмови не дефинишу, прави је изазов како их формирати код ученика. Оригинали за ове објекте такође не

постоје. Постоје само неки физички модели, који на неки начин представљају те објекте, али без неких битних особина (пре свега неограничености) тих објеката. Но, и у овом и сличним (доста ретким) случајевима се полази од неког „оригинала“ (ивица стола, зид учионице, површина језера и сл.) и разним мисаоним активностима се долази до ових, иначе веома суптилних појмова. Ако се остаје на нивоу очигледности, имаћемо великих потешкоћа већ код испитивања односа правих и равни, или међусобног односа равни итд.

5. Закључак

Елементарни математички модели, као што су број, збир, релација, функција, једначина итд, настају у свести човека као апстракције реалних предмета и њихових међусобних односа на бази емпиријског развојка.

Почетна настава математике треба да води рачуна о генези и развоју математичких модела. Сваки формализам на том нивоу образовања био би штетан за наставу и недовољно користан за праксу.

Математизација, моделирање и уопште кибернетски приступ почетној настави математике, сматрамо да представља савремену и ефикасну основу актуелне математике, и да ће све више истиснути скуповни, аритметички, па и природњачки приступ³, пре свега због савремених тенденција општег развоја друштва, која теже ка информатичком друштву, а и због методичких предности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] R. Skemp, *The psychology of learning mathematics*, Penguin books ltd, Harmondsworth 1971
- [2] D. O. Hebb, *The organisation of behavior*, Chapman Hall 1949
- [3] G. Polya, *A problémamegoldás iskolája*, Tankönyvkiadó, Budapest 1971
- [4] L. Nagy, *Az ismeretek alkalmazásának pszichológiai problémái*, Budapest 1979
- [5] J. Piaget, *Szimbólumképzés a gyermekkorban*, Budapest 1978
- [6] S. Prvanović, *Teorija i praksa savremenog matematičkog obrazovanja na usmerenom vaspitno-obrazovnom stupnju*, „Veselin Masleša“, Sarajevo 1981
- [7] J. Pinter, *Doprinos matematičko-kibernetičkog modeliranja nastavi prirodno-matematičkog i proizvodno-tehničkog područja u opštem obrazovanju*, Doktorska disertacija, Univerzitet u Novom Sadu 1986

³ Педагошки институт Унеска у Хамбургу разликује следеће „савремене“ тенденције у настави математике у свету: скуповни приступ, аритметички приступ, геометријски приступ, природњачки приступ, базирање наставе математике на симболичким играма, приступ математици кроз игру са предметима, углавном дидактичким материјалом. Јасно је да се аутор овог рада залаже за кибернетски приступ почетној настави математике