

Бошко Ненадов

ИМПРОВИЗАЦИЈА КАО КВАЛИТЕТ

Насупрот негативног значења импровизације као површног, „на брзу руку“ урађеног посла, имамо позитивно значење по коме је импровизација непредвиђен, без претходне припреме квалитетно урађен посао. Настава је облик образовања који се обавља плански. Да ли у њој има места импровизацији (којој је претпоставка спреман наставник) нека покаже пример часа одржаног у гимназији „Исидора Секулић“ у Новом Саду.

У трећем разреду изучава се наставна тема Полиедри. Након дефинисања призме као специјалног полиедра, проучавају се њена разна својства и равни пресеци. У уводном делу часа дат је следећи задатак (преузет из једне збирке задатака):

Нека су 2, 3 и 4 дужине дијагонале три стране квадрата са заједничким теменом. Одредити дужину дијагонале квадрата.

Задатак је једноставан. Треба показати познавање својстава квадрата и служи за „загревање“. Већина ученика је за кратко време решила задатак на следећи начин:

$$d_1^2 = a^2 + b^2,$$

$$d_2^2 = b^2 + c^2,$$

$$d_3^2 = a^2 + c^2.$$

Сабирањем горњих једнакости добија се

$$(1) \quad 2(a^2 + b^2 + c^2) = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2.$$

Сл. 1

С обзиром да је квадрат дијагонале квадрата једнак збиру квадрата његових ивица, из (1) имамо

$$(2) \quad 2d^2 = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2,$$

$$\text{тј. } d = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 4^2}{2}} = \sqrt{\frac{29}{2}}.$$

Већ сам хтео да пређем на припремљени знатно сложенији задатак, кад се јавио један ученик са следећим запажањем:

$$d = \sqrt{\frac{29}{2}} < \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4,$$

што је немогуће јер је дијагонала квадрa већа од дијагонала страна квадрa. Након краткотрајне збуњености ученици су закључили да задатак није коректно формулисан, тј. да квадрат чије дијагонале страна имају дужине 2, 3 и 4 не постоји.

Од тог тренутка час није текао по плану. Искористио сам прилику и предложио да испитамо у чему је грешка, тј. како треба задати дужине дијагонала страна квадрa да постављени задатак има коректно решење. У даљем току часа искристалисало се следеће решење.

Дијагонале правоугаоника су једнаке, а како су наспрамне стране квадрa подударни правоугаоници, следи да је дијагонала доње основе $BD = d_1$ једнака дијагонали горње основе EG , сл. 2. При том, *дијагонале страна квадрa образују троугао BGE* . Уследила је провера да троугао са страницама 2, 3 и 4 постоји (свака страница троугла је мања од збира и већа од разлике остале две странице).

Сл. 2

Сл. 3

Даље, на основу косинусне теореме је $d_3^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \varphi$, одакле је

$$(3) \quad \cos \varphi = \frac{d_1^2 + d_2^2 - d_3^2}{2d_1d_2},$$

где је φ угао између дијагонала d_1 и d_2 . Уврштавањем у (3) вредности $d_1 = 2$, $d_2 = 3$, $d_3 = 4$ добијамо $\cos \varphi = -\frac{1}{4}$, што значи да је φ туп угао.

Дакле, *троугао BGE је тупоугли троугао*. Међутим, *троугао BGE је раван пресек троправоуглог триедра $FBGE$* . Природно се намеће анализа могућих облика равног пресека таквог триедра.

Посматрајмо раван пресек ABC неког троправоуглог триедра $Sabc$, сл. 3. На основу теореме о три нормале је $CC' \perp AB$. Како је тачка C' између тачака A и B , висина CC' троугла ABC се налази у његовој унутрашњости. Аналогно се и остале две висине из темена A и B троугла ABC налазе у његовој унутрашњости, којој онда припада и ортоцентар тог троугла.

Дакле, *раван пресек троправоуглог триедра је оштроугли троугао*. Ово тврђење примењено на наш задатак доводи до коначног закључка да *дужине дијагонала страна квадрa морају бити странице оштроуглог троугла*.

Тако се један једноставан задатак захваљујући грешки у поставци показао као вредан јер је неочекивано иницирао мало математичко истраживање.