НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ
1998, XLIII, 4, стр. 1–6

др Бранислав Боричић

О МЕТОДУ АНАЛОГИЈЕ

Аналогија је реч грчког поријекла ($\eta\ \alpha\nu\alpha\lambda o\gamma\iota\alpha$) и појављује се, са углавном истим, и то, по правилу, веома широким значењем, у многим индоевропским језицима. Користи се када се жели изразити сличност или сагласност, али не и истовјетност, међу одређеним објектима или појавама.

Као методолошки принцип, аналогија је присутна у свим научним дисциплинама без изузетака, иако, у логици, строго посматрано, не задовољава ни елементарне критеријуме који би је оквалификовали као поуздано средство закључивања. Да бисмо још више истакли контроверзу, исказаћемо слиједеће двије сасвим опречне тврдње, у чију истинитост не сумњамо: са методолошког и дидактичког становишта, аналогија је незаобилазно и плодотворно средство које је дало и даје изванредне резултате, док, с друге стране, са логичког становишта, аналогија, једноставно, представља погрешан метод закључивања. Такође, што је веома значајно, при изграђивању нових система знања и њихових презентирања, по правилу, нове чињенице саопштавамо у контексту и помоћу старих и познатих чињеница, користећи се при том, евидентно, аналогијама.

Наш циљ је да, у овом осврту на аналогију као метод, укажемо, кроз примјере које срећемо прије свега у математици, на неопходност повећања пажње при коришћењу аналогије, управо због горње контроверзе. Наиме, аналогије се, као методолошког, али и као методичког средства, не можемо и не смијемо одрећи, али због опасности да, не осврћући се на њену суштину, некад доведемо у ситуацију нашег ђака, или и сами себе, да „из навике“ изведемо и погрешан закључак, сматрамо умјесним захтјев, да се при сваком експлицитном позивању на аналогију, критички осврнемо и на сличне случајеве када иста као метод не функционише добро.

1. Аналогија као логички приступ

Закључивање по аналогији, као логички метод, можемо дефинисати као поступак по којем из претпоставке да се одређена својства нека два процеса или објекта подударају, закључујемо да посматрани процеси или објекти имају још и неко друго заједничко својство. Мало прецизније, *ако објект* a *има особине* A, B, C *и* X, *и ако објект* b *има особине* A, B *и* C, *онда* b *има, вјероватно, и особину* X, што ћемо формално записивати на слиједећи начин:

$$\frac{A(a), B(a), C(a), X(a), A(b), B(b), C(b)}{X(b)}.$$

Дакле, јасно је да се може десити да хипотезе, при закључивању по аналогији, буду истините, а закључак лажан. И поред тога, закључивање по аналогији је често добар путоказ ка исправним научним хипотезама, нарочито у случајевима када се о предмету истраживања не зна много, и када је аналогија најчешће и једини метод који је могуће примјенити.

У некој грубој класификацији можемо издвојити *позитивну аналогију*, при којој закључивање базирамо на заједничким особинама објеката, насупрот *негативној аналогији*, када закључак изводимо по особинама по којима се посматрани објекти разликују. *Потпуну аналогију* имамо у случају када се ради о два објекта са свим потпуно истим особинама, а *непотпуну* или *дјелимичну аналогију* имамо онда када немамо све особине у виду, док под *познатом аналогијом* подразумијевамо закључивање изведено на основу идентичности свих познатих особина два објекта.

Ево како би се формално могла окарактерисати оваква правила. Претпоставимо да се наше закључивање односи на објекте који могу имати укупно $n+1$ слиједећих својстава: $P_1, \ldots, P_n, Q$. Тада би се правило *потпуне позитивне аналогије* могло дати у слиједећем облику:

$$\frac{P_1(a),\ldots,P_n(a),Q(a),P_1(b),\ldots,P_n(b)}{Q(b)},$$

док би правило *потпуне негативне аналогије* могло изгледати овако:

$$\frac{P_1(a),\ldots,P_n(a),Q(a),\neg P_1(b),\ldots,\neg P_n(b)}{\neg Q(b)}.$$

Слично би се, редом, *дјелимична позитивна* и *дјелимична негативна аналогија* могле представити оваквим правилима:

$$\frac{P_1(a),\ldots,P_k(a),Q(a),P_1(b),\ldots,P_k(b)}{Q(b)},\quad \text{за } 1\leqslant k<n$$

и

$$\frac{P_1(a),\ldots,P_k(a),Q(a),\neg P_1(b),\ldots,\neg P_k(b)}{\neg Q(b)}\quad \text{за } 1\leqslant k<n.$$

Јасно је да вјероватноћа истинитости закључка изведеног по аналогији расте са порастом истих и релевантних карактеристика објеката које истражујемо.

На овакав начин дефинисана формална правила закључивања нам, очигледно, пружају могућност да у нашем систему непосредно изведемо неку врсту контрадикције. Наиме, није тешко замислити ситуацију у којој би објекти a и b имали слиједеће особине:

$$P_1(a),\ldots,P_k(a),P_{k+1}(a),\ldots,P_n(a),Q(a)$$

и

$$P_1(b),\ldots,P_k(b),\neg P_{k+1}(a),\ldots,\neg P_n(b)$$

за неки $1\leqslant k<n$, одакле би се, по правилима *дјелимичне позитивне* и *дјелимичне негативне аналогије* могло оправдати овакво извођење: из

$$P_1(a),\ldots,P_k(a),Q(a),P_1(b),\ldots,P_k(b)$$

закључујемо да је вјероватно $Q(b)$, док из

$$P_{k+1}(a), \ldots, P_n(a), Q(a), \neg P_{k+1}(b), \ldots, \neg P_n(b)$$

закључујемо да је вјероватно $\neg Q(b)$, одакле је, дакле, вјероватно $Q(b)$ и вјероватно $\neg Q(b)$. Ово, наравно, није контрадикција у смислу како се она дефинише у оквирима уобичајених логичких система, јер одређење „вјероватно“, које стоји испред наших закључака, пружа нам разноврсне могућности одбране система закључивања у којем фигурише и аналогија, али, чини се, има још више добро утемељених могућности за напад на овакав систем.

Метод закључивања по аналогији, због своје једноставности, непрецизности, те, коначно, непоузданости, као један од најпримитивнијих метода, па стога близак најширим слојевима људи и лако примјенљив у многим ситуацијама, веома често је присутан у пренаучним или псеудонаучним моделима закључивања као што су мистичко, идеолошко, религијско, политичко, пропагандно или магијско закључивање. Просто, сваки пут када на бази неких не сасвим јасних веза међу премисама треба да образложимо неки став потпуно сумњиве вриједности, можемо у помоћ позвати неку аналогију, и помоћу ње, бар на први поглед, а то је понекад сасвим довољно, извести ефектан „доказ“. Само „извођење доказа“ не мали број пута је препуштено самој циљној групи, без икаквог сугерисања закључака, тако да ствар изгледа потпуно спонтано. На примејр, уколико у некој популацији треба изазвати ирационали страх, онда је довољно да једно лице из дате популације буде изложено очигледном малтретирању без разлога, па ће и многа друга лица из дате популације, по аналогији, закључити како и она могу, пошто су такође „ни крива, ни дужна“, као и малтретирано лице, бити малтретирана. То је механизам застрашивања који се примјењује у тоталитарним друштвима, и не само у њима. С друге старне, али не као прави антипод претходном примјеру, познат је и примјер „Пепељуге“, у којем, након што дође до идентификације са Пепељугом од стране многих сиромашних и сиротих дјевојчица, дакле, након успостављања аналогије, многе од тих дјевојчица ће, од раног дјетињства, па касније још дуго, носећи Пепељугино искуство дубоко у својој подсвијести, гајити наду о срећном завршетку сопствене „приче“, при чему је потиснута слиједећа битна негативна аналогија: случај Пепељуге је нестваран, за разлику од стварног случаја стварне дјевојчице која се са њом идентификовала.

Дакле, можемо закључити како је главна предност метода закључивања по аналогији његова плодност и широка примјенљивост, а главна његова мана је непоузданост.

2. Аналогија у неким другим дисциплинама

У филозофији, аналогија подразумијева сличност, а понекад и подударност, у односима међу елементима квалитативно различитих система и цјелина. Дакле, не подударност два система, већ подударност односа који владају у системима. Опсежну анализу аналогије као метода који по својој природи базира на индуктивном аргументу налазимо код Мила (J. S. Mill (1806–1873)).

У физици, први је Максвел (J. C. Maxwell (1831–1879)) експлицитно формулисао појам аналогије као „дјелимичну сличност између закона једне научне области са законима неке друге научне области, која омогућује да се те области узајамно илуструју“.

У биологији, на основу аналогија утемељених на истовјетностима или сличностима грађе појединих система или живих бића, изводе се одговарајући закључци са далекосежним последицама, који су касније егзактном научном методологијом и доказани.

У историји развоја других наука (хемије, медицине, психологије, географије итд.) налазимо многобројне примјере фундаменталних открића која су била базирана на аналогији као почетном импулсу.

У праву, аналогија представља и један метод тумачења закона, по којем се при рјешавању неког случаја који није изричито покривен одређеним правним правилом, користи правно правило које је изричито предвиђено за неки другачији, али суштински сличан случај.

У лингвистици, у оквиру једног језика, по аналогији се често врше класификације ријечи, док се у учењу сродних (у једном ширем смислу) језика користи као методички принцип, без којег би било немогуће и замислити ефикасно учење страног језика базирано на познавању већ једног језика.

А тек у историји! Колико је само погрешних закључака изведено по аналогији!?

Ево примјера у којем аналогија опет не функционише најбоље. Познато је да српски и грчки језик немају двојину (ради се о посебном глаголском облику који се, за разлику од једнине и множине, односи на случајеве када радњу врше два лица), док старословенски и старогрчки језик имају овај глаголски облик. Међутим, без обзира на ове чињенице, један познавалац српског језика ће лакше савладати старословенски језик (или обрнуто), него грчки, док ће за познаваоца грчког језика лакше бити да савлада старогрчки, него српски.

На крају, напоменимо и то да је у историји развоја науке аналогија одиграла најкреативнију улогу онда када је указала на могуће утицаје научне дисциплине на неку другу, по својој природи сасвим другачију. Наравно, аналогије су нас често држале и у заблудама.

3. Аналогија у математици

На основу

$$\sqrt{a^2b^2} = ab \qquad (a > 0, b > 0)$$

често „закључујемо“

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b,$$

или, слично, по аналогији са дистрибутивним законом множења према сабирању често „имамо“

$$\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c} \quad (bc \neq 0).$$

Да би се овакве, погрешне аналогије, бар у математици избјегле, било би неопходно ђаке „бомбардовати“ и негативним примјерима, и то усвојити као константан дидактички принцип. Наиме, сваки пут када се обрађује неки нови појам, сем истицања „важећих“ особина, треба истаћи, и то на упечатљив начин, неке особине за које би се дало, по аналогији закључити да важе, а које заправо не важе, и за које, на примјер, из сопственог наставничког искуства знамо да се из генерације у генерацију у ђачким радовима понављају. Можда би било умјесно ређање особина, попут управо наведених, обавити паралелно на слиједећи начин:

ВАЖИ:	**НЕ ВАЖИ:**
$\sqrt{a^2b^2} = ab \quad (a > 0, b > 0)$	$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$
$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} \quad (c \neq 0)$	$\dfrac{a}{b+c} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$

или, још боље, због визуелног регистровања особина, овако:

ВАЖИ:	**АЛИ:**
$\sqrt{a^2b^2} = ab \quad (a > 0, b > 0)$	$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$
$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} \quad (c \neq 0)$	$\dfrac{a}{b+c} \neq \dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c}$

У једном луцидно и духовито конципираном уџбенику математике се налази и слиједећа презентација посматраног „дистрибутивног закона“:

$$\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$$

што недвосмислено и надасве ефектно упозорава читаоца на непријатне консеквенце примјене дистрибутивности сабирања према дијељењу. Ови примјери су карактеристични за ниво основног и средњешколског математичког програма, док се на нивоу уводних курсева линеарне алгебре, у теорији матрица, због јаких аналогија између множења бројева и множења матрица, често, у студентским радовима, суочавамо са тврдњом да је

$$X = BA^{-1}$$

или чак и

$$X = \frac{B}{A}$$

рјешење матричне једначине $AX = B$!!

Грешка која се у логичком закључивању појављује при имплицитној примјени „закона“

$$\exists x\, A \wedge \exists x\, B \to \exists x\, (A \wedge B)$$

лежи такође у једној аналогији. Наиме, ту се ради о аналогији са дистрибутивним законом. Та аналогија је појачана чињеницом да дистрибутивни закон дисјункције према конјункцији, и обрнуто, конјункције према дисјункцији, у Booleовој алгебри исказа, важи, као и чињеницом да се „егзистенцијално квантификовање“ може, на неки начин, поистовјетити са операцијом дисјункције. Уз све то је и обрнута импликација горњег „закона“ ваљана:

$$\exists x\,(A \land B) \to \exists x\, A \land \exists x\, B.$$

Но ипак, овај „закон“ можемо још на нивоу природног језика оборити: ако формуле A и B схватимо као својства предмета, рецимо, редом, црну и црвену боју. Премиса „постоји предмет црне боје и постоји предмет црвене боје“ је, јасно, истинита, док одговарајући закључак: „постоји предмет црне и црвене боје“ није истинит.

Управо размотрена грешка је веома слична грешкама које би се могле природно, због јаких аналогија, појавити у савлађивању теорије редова. Ту смо склони да некритички својства коначних збирова преносимо на бесконачне збирове, што, наравно, увијек захтијева изузетан опрез.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ј. Аранђеловић: *Проблем индукције у класичној логици*, Институт друштвених наука, Београд, 1963.

[2] А. Т. Фоменко: *Статистичка хронологија*, Математички институт САНУ, Београд, 1997.

[3] Е. Нејгел: *Структура науке*, Нолит, Београд, 1974.

[4] Г. Петровић: *Логика*, Школска књига, Загреб, 1971.

[5] С. Ристић: *Логика*, Књижарница Р. Д. Ћуковића, Београд, 1938.

[6] А. Тарски: *Увод у математичку логику и методологију математике*, Рад, Београд, 1973.