Љиљана Влајковић

ДРЖАЧИ МЕСТА КАО ВИД ПРОГРАМИРАНЕ НАСТАВЕ[1]

Задаци као што су

$$6 + \underline{} = 14, \quad 3 \cdot \boxed{} = 15, \quad \underline{} - 7 = 2$$

итд. могу се на други начин поставити у реторичкој форми:

„Који то број када се сабере са 6 даје број 14?"

„Који број увећан три пута даје број 15?"

„Од ког броја треба одузети 7 да би се добио број 2?",

међутим, ми смо их на једноставнији и очигледнији начин поставили користећи „држаче места" или тзв. „бројевне цртице и кутијице".

Како се већ из самог назива може уочити, држачи места означавају место на које одређени број треба уписати, а никако не представљају сам тај број, односно немају бројевну вредност. Отуда би било погрешно изједначавати их са словним ознакама које могу имати улогу непознате као у примеру $x - 4 = 8$, где означавају један број, промењливе у примеру $y < 9$ где означавају више бројева, или пак неусловљене промењливе у примеру $m + n = n + m$, где означавају било који број у оквиру једног блока бројева или целог скупа бројева $\mathbf{N}_0$.

Занемаривање ове чињенице доводи до грешака, које можемо илустровати примером из уџбеника за наставу математике, намењеном ученицима IV разреда, у оквиру наставне јединице „Решавање једначина са множењем и дељењем":

$$\boxed{} \cdot 4 = 536$$
$$\boxed{} \cdot 4 \, \boxed{:4} = 536 \, \boxed{:4}$$
$$\boxed{} = 134$$

Нешто касније изнећемо групе ситуација у којима могу да се јаве држачи места и преко њих и погодних примера покушаћемо да објаснимо њихову улогу. Уједно ћемо уочити да држачи места не морају бити само „носиоци" бројева, већ могу означавати и место где треба уписати реч или фразу, при чему дају свој допринос формирању специјалног језика за реторичко и симболичко изражавање.

Најчешћи облици у којима се јављају држачи места јесу цртице $\underline{}$, квадратићи $\boxed{}$ и кругови $\bigcirc$, међутим исту функцију могу да обављају и неки други

[1] Наставак чланка из претходног броја *Наставе математике*

облици и у тим случајевима они наставу могу да учине интересантнијом и самим тим да послуже у извесној мери као погодно мотивационо средство. Ево неколико од могућих држача места:

Анализирајући задатке у којима се појављују држачи места, а који су заступљени у уџбеницима за наставу математике од првог до четвртог разреда, можемо запазити неке појединости:

– бројност таквих задатака опада у складу са порастом броја разреда коме је уџбеник намењен, тј. највећи број је заступљен у првом разреду, док је најмањи број заступљен у уџбенику за четврти разред;

– држачи места се јављају у задацима као „пратиља“:

1. илустрацији:

$$\underline{\qquad} + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$$

2. тексту: „Каћа је имала 6 ружа. Добила је још 4, а дала мами 7. Колико сада има ружа?“

$$\underline{\qquad} + \underline{\qquad} - \underline{\qquad} = \underline{\qquad} - \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$$

3. без посебних напомена, тј. у контексту „реши задатак“ или „израчунај“:

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{40} & & \boxed{10} & & \boxed{80} & & \boxed{60} \\ & + & & & & - & \\ & \boxed{} & & & & \boxed{} & \\ & & & + & & & \\ & & & \boxed{} & & & \end{array}$$

„систем“ држача места

Уз прва појављивања држача места обично постоји напомена „Упиши одговарајући број на црту (у кружић), а касније, када су ученици схватили коју функцију имају, већ на саму појаву држача места они врше исту врсту активности, чак и ако упутство изостане.

Улога држача места и начин на који олакшавају процес учења, и учествују у програмирању задатака најбоље се могу објаснити преко ситуација у којима се они јављају, а те ситуације смо сврстали у три групе.

Прва група ситуација у којима се држачи места јављају, заступјена је већ у почетку, када се ученик наводи да саставља изразе и формуле ослањајући се на значење које открива у природном окружењу или путем дидактичких слика. У том смислу, можемо говорити о улози држача места приликом увођења операција сабирања, одузимања, множења и дељења. Још пре увођења ових операција, наилазимо на појаву држача места у наведеној улози. Као илустрацијом, послужићемо се следећим примером везаном за увођење релација „мањи од, $<$“ и „већи од, $>$“ у оквиру блока бројева до 5:

$$0<\square<\square<\square<\square<5$$
$$5>\square>\square>\square>\square>0$$

Код операција сабирања, одузимања, множења и дељења, приликом њихових увођења, креће се са издвајањем ситуација у природном или „сликаном“ окружењу које дају повод вршењу ових рачунских радњи. Даљи поступак увођења ових операција може се вршити следећи својеврсни модел исказан кроз следећа три корака:

1. уочавање шеме,
2. формирање записа уз употребу операцијског знака,
3. израчунавање или употреба релацијског знака „$=$“.

Да бисмо боље схватили на који начин користимо наведени модел и на који начин су у процес увођења укључени држачи места, за почетак издвојићемо рачунску операцију сабирања. Када је оно у питању, ситуација у природном или „сликаном“ окружењу представља одређивање броја елемената уније два дисјунктна скупа чије бројности знамо.

Кренућемо од примера: „Нина је имала 3 јабуке, па јој је сестра донела још 2 јабуке. Колика сада има јабука?“ (Употребили смо глагол „донела“ јер он већ сам по себи сугерише обједињавање.)

Ученик из поставке задатка треба да издвоји, тј. уочи шему приказану десно. Следећи, други корак подразумева употребу операцијског знака „$+$“, и реаговањем писањем израза, што је у нашем случају: „Нина сада има $3+2$ јабуке“. Овај корак је посебно значајан, а будући да ученици имају природну тенденцију да га прескоче док раде са малим бројевима *намерно их плански задржавамо на томе и у ту сврху употребљавамо држаче места*: „Нина сада има $\underline{\quad}+\underline{\quad}$ јабука“. Тако ученике наводимо да формирају израз, знајући да би већина одмах записала коначан збир.

Налажење збира, које се у почетку заснива на пребројавању, јесте трећи корак који укључује употребу знака једнакости: „То је 5 јабука. Пишемо $3+2=5$.“

У начину програмирања задатака уз помоћ држача места могуће је изградити својеврсну поступност. Та поступност може се исказати кроз следећи низ примера:

$$3+\underline{\quad}\,,\qquad \underline{\quad}+2\,,\qquad \underline{\quad}+\underline{\quad}\,,\qquad \underline{\qquad\quad}\,.$$

Другим речима, у првим случајевима чак је потребно дати неку од компонената, да би се градацијом дошло до „линије“ на коју ће ученици, поучени ранијим искуством, само писати израз, а не сам број који означава збир, а и дужина линије ће то сугерисати.

Поступност се може уочити и у следећим примерима:

1. У празне квадратиће упиши шта је потребно:

2.

$$2 + 1 = \square \qquad\qquad 4 + \square = \square$$

3.

$$\square + \square + \square = 9.$$

Уз све наведено ученици формирају специјални језик за реторичко и симболичко изражавање. У прилог реторичком изражавању навешћемо следећи пример:

$3 + 2$ — овај запис називамо __________ (збир).

Број 3 називамо _______________ (први сабирак).

Број 2 називамо _______________ (други сабирак).

Сложићемо се да је ово вид употребе држача места уз помоћ кога се остварује задатак активног учења и у оквиру кога је „придикујућа“ улога наставника крајње редуцирана.

Још једна предност коју са собом носе држачи места јесте *сталност присутности података*, што није случај код вербалног изражавања. То се лако може уочити уколико направимо паралелу између две поставке истог задатка:

1. Од ког броја треба одузети број 8 да би се добило 4?
2. ___ $- 8 = 4$.

У првом случају ученик мора да чује и запамти податке и захтев, па тек онда да крене ка решавању задатка. У другом подаци и захтев стално стоје пред њим, а не користе се речи или бар не пуно речи због којих ученици могу да губе концентрацију.

Друга група ситуација у којима се јављају држачи места везана је за *допуњавање сложенијих израза и реченица (формула)*. На тај начин ученик, допуњујући, учи да постепено правилно изражава оно што ради. Овде долазимо до сагледавања психолошког појма „метакогниција“ који се односи на свест о сопственом когнитивном функционисању.

Тежиште се помера са резултата, тј. решења проблема, на сам процес решавања, уз истицање улоге говора у функционисању мишљења.

Дакле, циљ је развити способност самосталног састављања сложених израза и реченица (формула) и правилно изражавање, при чему се не очекује да ученик одмах уради исто потпуно самостално, али се очекује да чита, схвати и допуни, и тако се временом и сам оспособљава за самостално састављање и изражавање.

У нашем случају наставник одређује кораке, усклађује ученичку активност и надгледа процес и резултате. Ученик може бити учен активностима изнад свог актуелног нивоа уколико се активност коју треба да изврши опише у виду јасних правила – алгоритама, што се може довести у везу са „Законом наредног развоја“ Л. С. Вигодског, или активностима које дете може да обави уз помоћ одраслих, а које заједно са самосталним достигнућима дају „дијагнозу развоја“.

Илустрације ради навешћемо неколико примера у којима се од ученика очекује да сложеније изразе и формуле (реченице) допуне, а где је лако уочљива улога држача места.

1. Половина од 12 је ______, јер је $2 \cdot \_\_\_ = 12$.

Четвртина од 20 је ______, јер је $4 \cdot \_\_\_ = 20$.

(Процедурално истичемо шта је половина/четвртина неког броја.)

2. $26 + 6 = 26 + 4 + \_\_\_ = \_\_\_ + 2 = \_\_\_$.

$35 + 7 = 35 + \_\_\_ + 2 = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$.

$48 + 9 = 48 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$.

(Истичемо метод сабирања комплементирањем десетице.)

3. $13 - 5 = (13 - 3) - \_\_\_ = 10 - \_\_\_ = \_\_\_$.

$17 - 8 = (17 - \_\_\_) - \_\_\_ = 10 - \_\_\_ = \_\_\_$.

$16 - 9 = (\_\_\_ - \_\_\_) - \_\_\_ = 10 - \_\_\_ = \_\_\_$.

(Одузимање са прелазом преко 10.)

Трећа група ситуација у којој се употребљавају држачи места односи се на *процедурално изражавање правила рачунања.*

Често се дешава да ученици приликом решавања задатака користе одређена правила, која не знају да искажу, али се дешава и обрнуто, да знају да искажу правила, али не умеју да их примене приликом решавања конкретних задатака. Другим речима, поједини ученици су способни да напишу нпр. следећи запис: $7 + 5 = 10 + 2 = 12$, али у томе не уочавају закон асоцијативности, док поједини знају правило, али нису способни да га примене у следећем виду: $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 10 + 2 = 12$.

У овом случају разликујемо декларативно и процедурално знање, где декларативно подразумева „знање које се чува у нашој меморији и може се активирати као да те чињенице читамо из неке енциклопедије“, док процедурално подразумева други тип знања „кодиран у нашој меморији као програм који може да ради, оперише“[5, стр. 64][2].

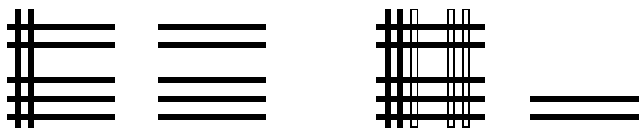
[2] списак литературе уз први део чланка

У процесу учења математике лакше се развија процедурално од декларативног знања. У том смислу користе се држачи места помоћу којих се задаци програмирају. Вратимо се на наведени пример и испрограмирајмо га на следећи начин:

$$7+5=7+(\underline{\quad}+2)=(7+\underline{\quad})+2=\underline{\quad}+2=\underline{\quad}\ .$$

Други начин на који смо могли овај задатак да програмирамо јесте: $7+5=7+\underline{\quad}+2=\underline{\quad}+2=\underline{\quad}$, али у првом случају више су итакнута правила рачунања заградама које имају улогу „команде“ – уради прво то и то.

Исти принцип се може дидактички обрађен видети у коришћењу држача места који су разнобојни, при чему значајну улогу имају бројевне слике сређене у виду „бројевних гомилица“:



$$7+5=\underline{\quad}+\underline{\quad}+\underline{\quad}=10+\underline{\quad}$$

(једнозначна кореспонденција између слике, рефлексивних активности и симболичког изражавања).

Пример 1 (за множење).
У колонама уочавамо $\underline{\quad}\cdot\underline{\quad}$ куглица.
У врстама уочавамо $\underline{\quad}\cdot\underline{\quad}$ куглица.
$3\cdot 4=\underline{\quad}\cdot 3$.

До сада смо процедурално изражавали законе комутативности и асоцијативности користећи држаче места у програмирању задатака. Када је у питању закон дистрибутивности множења у односу на сабирање и одузимање, такође можемо кренути од погодних бројевних слика.

Пример 2 (дистрибутивност множења у односу на сабирање).
У једном реду има $\underline{\quad}+\underline{\quad}$ куглица.
У три реда има $3\cdot(\underline{\quad}+\underline{\quad})$ куглица.
Црних куглица има $3\cdot\underline{\quad}$.
Белих куглица има $3\cdot\underline{\quad}$.
Укупно има $3\cdot\underline{\quad}+3\cdot\underline{\quad}$ куглица.
Пишемо једнакост $3\cdot(\underline{\quad}+\underline{\quad})=3\cdot\underline{\quad}+3\cdot\underline{\quad}$.

Пример 3 (дистрибутивност множења у односу на одузимање).
У једном реду има $6-\underline{\quad}$ куглица.
У три реда има $3\cdot(6-\underline{\quad})$ куглица.
Укупно има $3\cdot\underline{\quad}$ куглица.
Прецртаних куглица има $3\cdot\underline{\quad}$.
Остаје $3\cdot\underline{\quad}-3\cdot\underline{\quad}$ куглица.
Пишемо једнакост $3\cdot(6-2)=3\cdot\underline{\quad}-3\cdot\underline{\quad}$.

Поступност се може обезбедити кроз следећи редослед давања задатака:

1. $3 \cdot (5+7) = 3 \cdot \underline{\quad} + 3 \cdot \underline{\quad}$, $3 \cdot (5+7) = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$.
2. $4 \cdot (6-2) = 4 \cdot \underline{\quad} - 4 \cdot \underline{\quad}$, $4 \cdot (6-2) = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$.

Очигледна је огромна разлика између оваквог саопштавања и могућег вербалног саопштавања закона. Наравно, неће изостати ни реторичка форма, али она се уводи нешто касније.

ПРИЛОГ

Посебно интересантно поглавље јесте процедурална разрада везана за усвајање таблице сабирања. Стога смо одлучили да у прилогу нешто више пажње посветимо сабирању са прелазом преко 5 и са прелазом преко 10, уз коришћење „бројевних гомилица“ и држача места као „индикатора у боји“.

Овде ћемо размотрити само неке од „тежих“ збирова, јер њихов поступак сабирања „тече“ далеко лакше уз овакво програмирање. Штапићи имају разнобојне стране, па их преврћемо кад истичемо поједине поступке.

Сабирање са прелазом преко 5

(у обзир осим боје узимамо и положај штапића)

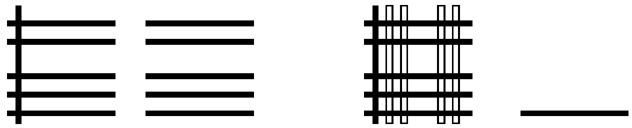
$$3 + 3 = \square + \square + \square = 5 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$4 + 2 = \square + \square + \square = 5 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$4 + 3 = \square + \square + \square = 5 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

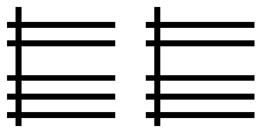
$$4 + 4 = \square + \square + \square = 5 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Сабирање са прелазом преко 10

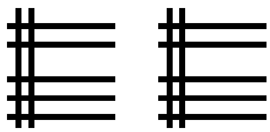


$6 + 5 = \_\_\_ + \_\_\_ + \_\_\_ = 10 + \_\_\_ = \_\_\_$

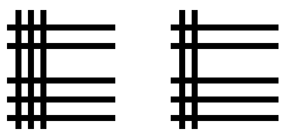
Сабирање уочавањем десетке



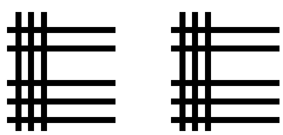
$6 + 6 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$



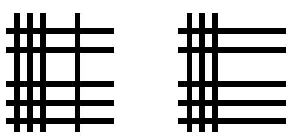
$7 + 7 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$



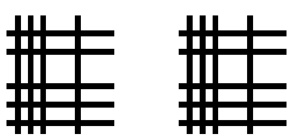
$8 + 7 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$



$8 + 8 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$



$9 + 8 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$



$9 + 9 = 10 + \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_$