Гордана Јовановић

ОСВРТ НА НЕКЕ ГРЕШКЕ ПРИ РЕШАВАЊУ ЛОГАРИТАМСКИХ ЈЕДНАЧИНА

У решавању једначина, неједначина и уопште формула користимо најчешће такозвани еквиваленцијски начин који се састоји у узастопном трансформисању полазне формуле у њој еквивалентну формулу, тј. формулу која има исти скуп решења, док се не дође до формуле решеног облика, односно формуле из које се непосредно „читају“ решења.

Неке трансформације не преводе полазну формулу у њој еквивалентну формулу, па су неопходни тзв. пратећи услови.

На пример, при решавању ирационалних једначина у којима се појављују корени са парним изложиоцима неопходно је извршити степеновање леве и десне стране једначине парним изложиоцем. На тај начин добија се формула која не мора бити еквивалентна полазној, али важи

$$(J_1 \implies J_2) \iff R(J_1) \subset R(J_2),$$

где је J_1 полазна једначина, J_2 изведена из ње, а са $R(J_1)$ и $R(J_2)$ означени су одговарајући скупови решења. Према томе, изведена једначина J_2 може да има шири скуп решења од полазне једначине J_1. Уместо увођења пратећих услова да би се добила формула еквивалентна полазној, можемо просто решити једначину J_2 и њена решења третирати као „кандидате“ за решења једначине J_1. Обичном провером утврђујемо који од „кандидата“ задовољава полазну једначину J_1. Ово је импликацијски начин.

Код логаритамских једначина имамо сличну ситуацију. Као што је познато, решавамо само оне логаритамске једначине које се своде на неки од облика

$$(1) \quad \log_b a(x) = c \qquad \text{или} \qquad (2) \quad \log_b a(x) = \log_b c(x).$$

Прва се решава непосредно применом дефиниције логаритма, а друга користећи чињеницу да је логаритамска функција бијекција. При томе решења тражимо у скупу у коме су дефинисани сви изрази који се појављују у једначини. То је тзв. *домен дефинисаности задатка.* Тако се једначине (1) и (2) своде на:

(1') $\quad a(x) = b^c$ уз пратеће услове $a(x) > 0 \land b > 0 \land b \neq 1$,

(2') $\quad a(x) = c(x)$ уз пратеће услове $a(x) > 0 \land c(x) > 0 \land b > 0 \land b \neq 1$.

Пратећи услови одређују домен дефинисаности задатка.

У постојећим уџбеницима наводе се неке методе свођења сложенијих логаритамских једначина на неки од типова (1) и (2) (довођење на заједничку основу, метода замене, логаритмовање дате једначине). Тиме се у овом чланку нећемо посебно бавити. То ће се само успут појављивати у наведеним задацима, а нагласак ће бити на последицама примене формула за логаритме производа, количника, степена са парним изложиоцем, затим нешто мање формула за прелазак из једне базе логаритма у другу, а са циљем да дату логаритамску једначину сведемо на неки од облика (1) или (2).

Узмимо за почетак формулу

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y \tag{3}$$

која важи за $x > 0$ и $y > 0$, или у нешто сложенијем облику

$$\log_b(f(x) \cdot g(x)) = \log_b f(x) + \log_b g(x) \tag{3'}$$

која важи за $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$ (и, наравно, $b > 0$, $b \neq 1$).

Претпоставимо да смо решавајући неку логаритамску једначину израз облика $\log_b f(x) + \log_b g(x)$ заменили изразом $\log_b(f(x) \cdot g(x))$, тј. применили (3') у смеру здесна улево (извршили „сажимање“ израза и приближили се облицима (1) или (2)). Домен дефинисаности израза $\log f(x) + \log g(x)$ (основу логаритма убудуће нећемо писати, претпостављаћемо да се ради о истој основи) је скуп решења формуле $f(x) > 0 \wedge g(x) > 0$. Означимо га са $R(f(x) > 0 \wedge g(x) > 0) = A$. Домен дефинисаности израза $\log(f(x) \cdot g(x))$ је скуп решења формуле $(f(x) > 0 \wedge g(x) > 0) \vee (f(x) < 0 \wedge g(x) < 0)$. Означимо $R(f(x) < 0 \wedge g(x) < 0)$ са B. Тада је $R(f(x) \cdot g(x) > 0) = A \cup B$.

Релација $A \subset A \cup B$ важи за било какве A и B, а ако је A прави подскуп скупа $A \cup B$, значиће да је применом формуле (3') у смеру здесна улево дошло до проширења домена дефинисаности, док би примена у супротном смеру довела до сужења домена. Једино у случају $A = A \cup B$, тј. $B \subset A$, нема промене домена дефинисаности.

Напомена. Закључци о промени домена још су очигледнији ако се примени формула (3), тј. упрошћен облик формуле (3'). Домен дефинисаности израза $\log x + \log y$ је скуп решења формуле $x > 0 \wedge y > 0$ (графички – I квадрант), а домен дефинисаности израза $\log xy$ је скуп решења формуле $(x > 0 \wedge y > 0) \vee (x < 0 \wedge y < 0)$ (графички – унија I и III квадранта).

Проширење домена дефинисаности задатка може довести до „вишка“ решења. Тај „вишак“ треба елиминисати. То се постиже користећи импликацијски начин решавања: проверити све „кандидате“ за решења и тако одбацити „вишак“. Још боље, а и једноставније је навићи ученике да пре било каквог решавања одреде домен дефинисаности задатка, а пошто нађу „кандидате“ за решења, одбаце све оне „кандидате“ који нису у домену.

Потпуно је иста ситуација са применом формуле

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y \quad (\text{ако } x > 0 \wedge y > 0), \tag{4}$$

или у сложенијем облику

$$\log\frac{f(x)}{g(x)} = \log f(x) - \log g(x) \quad (\text{ако } f(x) > 0 \wedge g(x) > 0),$$

као и формуле

$$\log x^{2n} = 2n\log x \quad (\text{ако } x > 0), \tag{5}$$

или у сложенијем облику

$$\log(f(x))^{2n} = 2n\log f(x) \quad (\text{ако } f(x) > 0). \tag{5'}$$

Дакле, и код ових формула примена здесна улево доводи до проширења домена дефинисаности и, као што смо видели, тај проблем се лако решава.

Много је тежа ситуација ако се наведене формуле (3'), (4'), (5') примене у смеру слева удесно. Тада долази до сужења домена дефинисаности и могућности „губљења“ неких или свих решења. Према томе, примена наведених формула у том смеру није препоручљива, а како поступити видећемо из примера који следе. У њима ћемо поред наведених формула користити и следеће фомуле:

$$\log_{b(x)} a(x) = \frac{1}{\log_{a(x)} b(x)} \qquad (a(x) > 0 \wedge b(x) > 0 \wedge a(x) \neq 1 \wedge b(x) \neq 1), \tag{6}$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \qquad (x > 0 \wedge a > 0 \wedge a \neq 1 \wedge b > 0 \wedge b \neq 1), \tag{7}$$

$$\log_{a^s} x = \frac{1}{s}\log_a x \qquad (a > 0 \wedge a \neq 1 \wedge s \in \mathbf{R} \wedge s \neq 0 \wedge x > 0). \tag{8}$$

Све ово о чему смо говорили треба показати на примерима трудећи се да ученици самостално изведу одговарајуће закључке. Зато треба ученике пустити да сами покушају да реше задатак. Ако при решавању само формално примене неку трансформацију која води нпр. до „вишка“ решења, треба их пустити да заврше задатак на свој начин, а затим поставити питање провере решења. Када се установи да неко „решење“ није решење, треба захтевати од ученика да открију у чему је грешка. Слично, у случају „губитка“ решења тражити да се провери да ли „изгубљено“ решење (професор зна о ком се броју ради) задовољава. Затим поставити питање зашто се оно не налази у наведеном скупу решења.

На тај начин ученици сами откривају суштину проблема.

Задатак 1. Решити једначину $\log_8(7x^2 - 5x - 6) = 2\log_4\sqrt[3]{3x-1}$.

Решење. Домен дефинисаности задатка одређен је формулом $7x^2 - 5x - 6 > 0 \wedge 3x - 1 > 0$. Добија се $x > \dfrac{5+\sqrt{193}}{14}$.

Дату једначину сводимо на једначину типа (2). Применом формуле (8) логаритме претходно преводимо на исту основу. Рад би могао тећи овако:

$$\frac{1}{3}\log_2(7x^2 - 5x - 6) = 2\cdot\frac{1}{2}\log_2\sqrt[3]{3x-1}$$

$$
\begin{aligned}
&\iff \log_2(7x^2-5x-6) = 3\log_2\sqrt[3]{3x-1}\\
&\iff \log_2(7x^2-5x-6) = \log_2(3x-1)\\
&\implies 7x^2-5x-6 = 3x-1\\
&\iff 7x^2-8x-5=0\\
&\iff x=\frac{4+\sqrt{51}}{7} \vee x=\frac{4-\sqrt{51}}{7}.
\end{aligned}
$$

Друга вредност није у домену, па је једино решење $x_1 = \dfrac{4+\sqrt{51}}{7}$.

Задатак 2. Решити једначину

$$\log_2^2(x^2-7x+10) - \log_2(x-5)^3 = \log_2\left(\frac{x^3}{4} - \frac{3x^2}{2} + 3x - 2\right).$$

Решење. Домен дефинисаности одређен је формулом

$$x^2-7x+10>0 \wedge x-5>0 \wedge \frac{x^3}{4} - \frac{3x^2}{2} + 3x - 2 > 0.$$

Одавде је

$$(x-2)(x-5)>0 \wedge x-5>0 \wedge \frac{(x-2)^3}{4} > 0.$$

Домен дефинисаности је скуп свих x за које је $x>5$. Прелазимо на решавање:

$$
\begin{aligned}
&\log_2^2(x-2)(x-5) - 3\log_2(x-5) - 3\log_2(x-2) + \log_2 4 = 0\\
&\iff \log_2^2(x-2)(x-5) - 3\log_2(x-5)(x-2) + 2 = 0\\
&\iff y=\log_2(x-2)(x-5) \wedge y^2-3y+2=0\\
&\iff y=\log_2(x-2)(x-5) \wedge (y=1 \vee y=2)\\
&\iff \log_2(x-2)(x-5)=1 \vee \log_2(x-2)(x-5)=2\\
&\implies (x-2)(x-5)=2 \vee (x-2)(x-5)=4\\
&\iff x^2-7x+8=0 \vee x^2-7x+6=0\\
&\iff x=\frac{7+\sqrt{17}}{2} \vee x=\frac{7-\sqrt{17}}{2} \vee x=1 \vee x=6.
\end{aligned}
$$

Решења су $x_1 = \dfrac{7+\sqrt{17}}{2}$, $x_2=6$. Остали „кандидати“ нису у домену дефинисаности задатка.

Задатак 3. Решити једначину $\log_{2-2x^2}(2-x^2-x^4) = 2 - \dfrac{1}{\log_{4/3}(2-2x^2)}$.

Решење. Домен дефинисаности задатка одређен је са

$$2-2x^2>0 \wedge 2-2x^2 \neq 1 \wedge 2-x^2-x^4>0, \quad \text{тј.} \quad |x|<1 \wedge x \neq \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \wedge -2<x^2<1.$$

Дакле, $D = (-1,1) \setminus \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

Прелазимо на решавање:

$$\begin{aligned}
&\log_{2(1-x^2)}(x^2+2)(1-x^2) = 2 - \log_{2(1-x^2)}\frac{4}{3}\\
\iff\ &\log_{2(1-x^2)}(x^2+2)(1-x^2) + \log_{2(1-x^2)}\frac{4}{3} = 2\\
\implies\ &\log_{2(1-x^2)}((x^2+2)(1-x^2)\cdot\frac{4}{3}) = 2\\
\implies\ &\frac{4}{3}(x^2+2)(1-x^2) = (2(1-x^2))^2\\
\iff\ &(1-x^2)(x^2+2-3(1-x^2)) = 0\\
\iff\ &(1-x^2)(4x^2-1) = 0\\
\iff\ &x = 1 \vee x = -1 \vee x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

Решења су $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, док 1 и -1 нису у домену.

Напомена. У наведеним примерима видимо да се еквиваленцијски ланац прекида било преласком са (1) на (1'), било са (2) на (2') без навођења пратећих услова, било применом неке од формула (3'), (4'), (5') у смеру здесна улево (проширивање домена дефинисаности), али импликација остаје и зато се појављује (не обавезно) „вишак“ решења.

Задатак 4. Решити једначину $\log_{x+5}(x^2+4x-5)^2 = 6$.

Решење. Претпоставимо да смо тражили од ученика да самостално реше овај задатак. Известан број ученика вероватно би то урадио на следећи начин.

Домен дефинисаности је одређен са $x+5>0 \wedge x+5 \neq 1$, тј. $x > -5 \wedge x \neq -4$. Применом формуле за логаритам степена, а затим дељењем једначине са 2, добија се $\log_{x+5}(x^2+4x-5) = 3$, а одавде применом (1), $(x^2+4x-5) = (x+5)^3$. Даље поступак тече уобичајено:

$$\begin{gathered}
(x-1)(x+5) = (x+5)^3\\
(x+5)(x-1-(x+5)^2) = 0\\
(x+5)(-x^2-9x-26) = 0\\
x+5 = 0 \vee x^2+9x+26 = 0\\
x = -5 \vee x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-104}}{2}.
\end{gathered}$$

Пошто -5 није у домену дефинисаности задатка, а $\frac{-9 \pm i\sqrt{23}}{2} \notin \mathbf{R}$, једначина нема решења.

Можда је неко од ученика решавао другачије и добио решење -3. Но, и ако није, можемо поставити задатак: проверити да ли број -3 задовољава дату једначину.

Провера би текла, рецимо, овако: $\log_{-3+5}((-3)^2+4\cdot(-3)-5)^2=\log_2 64=6$, што значи да је број -3 заиста решење дате једначине. У чему је грешка? Где смо то погрешили, па се решење -3 изгубило?

Требало би настојати да ученици то сами открију. Пошто установе да рачунских грешака нема, поставићемо питање дефинисаности задатка. Ту ће се открити пропуст који *у овом случају* није имао утицаја на крајњи исход. Наиме, поред наведеног услова, треба да стоји $x\neq 1$ и $x\neq -5$ који следи из $(x^2+4x-5)^2>0$. Дакле, $D=\{x\mid x>-5\wedge x\neq 1\wedge x\neq -4\}$. Следеће питање је домен дефинисаности после примене формуле за логаритам степена. Он ће бити одређен формулом:

$$\begin{aligned}
&x^2+4x-5>0\wedge x+5>0\wedge x+5\neq 1\\
\iff\ &(x-1)(x+5)>0\wedge x+5>0\wedge x\neq -4\\
\iff\ &x>1\wedge x>-5\wedge x\neq -4\\
\iff\ &x>1.
\end{aligned}$$

Тако је нови домен $D_1=(1,+\infty)$ и видимо да је $D_1\subset D$, тј. да је дошло до сужења домена, а -3 се налази баш у оном „изгубљеном“ делу од D. Шта сада радити? Како решавати задатак, а да не изгубимо неко решење?

Један начин је да формулу $\log(f(x))^2=2\log f(x)$ не примењујемо у смеру слева удесно, јер се тада сужава домен. Применимо одмах прелаз са (1) на (1') што уз пратеће услове даје еквивалентну формулу, а без пратећих услова изведену формулу која садржи сва решења полазне, дакле, без губитка решења.

$$\begin{aligned}
&\log_{x+5}(x^2+4x-5)^2=6\\
\Longrightarrow\ &(x^2+4x-5)^2=(x+5)^6\\
\iff\ &(x^2+4x-5-(x+5)^3)(x^2+4x-5+(x+5)^3)=0\\
\iff\ &((x+5)(x-1)-(x+5)^3)((x+5)(x-1)+(x+5)^3)=0\\
\iff\ &(x+5)(x-1-(x+5)^2)(x+5)(x-1+(x+5)^2)=0\\
\iff\ &(x+5)^2(-x^2-9x-26)(x^2+11x+24)=0\\
\iff\ &x+5=0\vee x^2+9x+26=0\vee x^2+11x+24=0\\
\iff\ &x=-5\vee x=\frac{-9\pm i\sqrt{23}}{2}\vee x=-8\vee x=-3.
\end{aligned}$$

Све су ово „кандидати“ за решења полазне једначине. Једино се -3 налази у домену, па је то једино решење.

Други начин да избегнемо губитак неког решења је да „поправимо“ примењену формулу тако да јој и лева и десна страна имају исти домен дефинисаности. „Поправљена“ формула је

$$\log(f(x))^2=2\log|f(x)|.$$

Сада нема сужења домена, па ни губитка решења. Урадимо сада задатак применом ове формуле. У првом кораку добијамо $2\log_{x+5}|x^2+4x-5|=6$ и даље

$$\begin{aligned} &\log_{x+5}|x^2+4x-5|=3\\ \Longrightarrow\ &|x^2+4x-5|=(x+5)^3\\ \Longleftrightarrow\ &x^2+4x-5=(x+5)^3\vee x^2+4x-5=-(x+5)^3\\ \Longleftrightarrow\ &x+5=0\vee x^2+9x+26=0\vee x^2+11x+24=0. \end{aligned}$$

Добијамо исто решење као и претходним начином.

Задатак 5. Решити једначину

$$\log_3(x+2)(x-1)=2\log_9(x+3)-\log_{1/3}(x+2)(x-4).$$

Решење. Препуштамо ученицима да самостално решавају овај задатак и претпоставимо да је известан број ученика решавао на следећи начин.

Домен дефинисаности задатка одређен је формулом

$$(x+2)(x-1)>0\wedge x+3>0\wedge(x+2)(x-4)>0.$$

Користећи приказ на бројној оси

добијамо $D=(-3,-2)\cup(4,+\infty)$. Сада доводимо све логаритме на исту основу

$$\log_3(x+2)+\log_3(x-1)=\log_3(x+3)+\log_3(x+2)+\log_3(x-4).$$

Одавде је $\log_3(x-1)=\log_3(x+3)+\log_3(x-4)$, $\log_3(x-1)=\log_3(x+3)(x-4)$, $x-1=(x+3)(x-4)$, уз услов $x-1>0\wedge(x+3)(x-4)>0$; затим $x^2-2x-11=0$ и $x=1+\sqrt{12}\vee x=1-\sqrt{12}$ (уз исти услов). Друга вредност $1-\sqrt{12}$ отпада, јер не задовољава услов $x-1>0$, односно за њу није дефинисан израз $\log_3(x-1)$. Према томе, једино решење је $x_1=1+\sqrt{12}$.

После оваквог решавања професор ће, ипак, захтевати да се провери и друга вредност без обзира на „убедљиво“ образложење.

Провера: означимо са l леву, а са d десну страну полазне једначине за $x=x_2=1-\sqrt{12}$.

$$\begin{aligned} l&=\log_3(1-\sqrt{12}+2)(1-\sqrt{12}-1)=\log_3(3-\sqrt{12})(-\sqrt{12})=\log_3(12-3\sqrt{12}),\\ d&=2\log_9(1-\sqrt{12}+3)-\log_{1/3}(1-\sqrt{12}+2)(1-\sqrt{12}-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 2\log_9(4-\sqrt{12}) - \log_{1/3}(3-\sqrt{12})(-3-\sqrt{12})\\&= \log_3(4-\sqrt{12}) + \log_3(12-9) = \log_3(4-\sqrt{12}) + \log_3 3\\&= \log_3(12-3\sqrt{12}) = l.\end{aligned}$$

Према томе, и $x_2 = 1-\sqrt{12}$ је решење дате једначине. У чему је грешка?

После кратке анализе решавања задатка утврдиће се да је домен дефинисаности после примене формуле за логаритам производа постао $D_1 = \{x \mid x+2 > 0 \land x-1 > 0 \land x+3 > 0 \land x-4 > 0\}$, тј. $D_1 = \{x \mid x > 4\} = (4, +\infty)$, а то је прави подскуп скупа D. Дошло је до сужења домена, јер је $D = (-3,-2) \cup D_1$, а $x_2 \in (-3,-2)$.

Како онда решавати задатак?

Пре свега, формулу за логаритам производа нећемо примењивати у смеру слева удесно када се домен сужава. Пошто је домен коректно одређен и логаритми доведени на исту основу, даље решавање тече овако: означимо дату једначину са J. Тада

$$J \implies \log_3(x+2)(x-1) = \log_3(x+3)(x+2)(x-4)$$

(овде је примењена иста формула, али у супротном смеру, што може да доведе само до „вишка“ решења)

$$\implies (x+2)(x-1) = (x+3)(x+2)(x-4)$$

(прелаз са (2) на (2') што може довести, опет, само до „вишка“ решења)

$$\begin{aligned}&\iff (x+2)(x-1-(x+3)(x-4)) = 0\\&\iff x+2 = 0 \lor x^2-2x-11 = 0\\&\iff x = -2 \lor x = 1+\sqrt{12} \lor x = 1-\sqrt{12}.\end{aligned}$$

Први „кандидат“ -2 није у домену, па то није решење. Решења су $x_1 = 1+\sqrt{12}$, $x_2 = 1-\sqrt{12}$.

Задатак 6. Решити једначину $\log_{3x} x + 2\log_{9x^3} x = 0$.

Решење. $D = \{\, x \mid x > 0 \land 3x \neq 1 \land 9x^3 \neq 1 \,\}$, тј.

$$D = \left\{ x \,\middle|\, x > 0 \land x \neq \frac{1}{3} \land x \neq \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \right\}.$$

Претпоставимо да су и овај задатак решавали ученици самостално и после коректно одређеног домена, један број њих наставио овако:

Прелазећи на основу x добијамо $\dfrac{1}{\log_x 3x} + \dfrac{2}{\log_x 9x^3} = 0$ уз услов $x \neq 1$, и даље $\dfrac{1}{\log_x 3+1} + \dfrac{2}{2\log_x 3+3} = 0$. Уводећи смену $\log_x 3 = y$ добијамо једначину по y, $\dfrac{1}{y+1} + \dfrac{2}{2y+3} = 0$ чије је решење $y_1 = -\dfrac{5}{4}$, па је $\log_x 3 = -\dfrac{5}{4}$, а одавде $x_1 = \dfrac{1}{\sqrt[5]{81}}$. Пошто $\dfrac{1}{\sqrt[5]{81}} \in D$, то је и једино решење полазне једначине.

Међутим, овде се види да је и број 1 решење дате једначине. Како се то решење изгубило у току решавања?

Па једноставно, при преласку на основу логаритма x увели смо ограничење $x \neq 1$ и само тај случај разматрали. Требало је размотрити и другу могућност, тј. $x = 1$. Другим речима, требало је проверити да ли је број 1 решење дате једначине. Уопште, када прелазимо на неку другу основу логаритма која је променљива, уводи се одговарајуће ограничење које сужава домен и допушта могућност губљења неког решења. Зато не смемо заборавити да размотримо и другу могућност. На пример, ако је нова основа $b(x)$ и уведемо ограничење $b(x) > 0 \wedge b(x) \neq 1$, друга могућност је $\neg(b(x) > 0 \wedge b(x) \neq 1)$, тј. $b(x) \leqslant 0 \vee b(x) = 1$. Ако први део дисјункције противречи домену (што обично бива), преостаје да се реши једначина $b(x) = 1$ и њена решења провере у датој једначини.

Постоји и други начин који је препоручљивији. Треба одабрати константну основу и на тај начин избећи ограничење. У датој једначини узети за основу број 3, па добијамо

$$\begin{aligned} &\frac{\log_3 x}{\log_3 3x} + 2\frac{\log_3 x}{\log_3 9x^3} = 0 \\ \iff\ &\frac{\log_3 x}{1+\log_3 x} + \frac{2\log_3 x}{2+3\log_3 x} = 0. \end{aligned}$$

Увођењем смене $y = \log_3 x$ добијамо $\dfrac{y}{1+y} + \dfrac{2y}{2+3y} = 0$, одакле је $y = 0 \vee y = -\dfrac{4}{5}$, а одавде $x = 1 \vee x = \dfrac{1}{\sqrt[5]{81}}$.

Закључак

Из изложеног текста и наведених примера у решавању логаритамских једначина може се препоручити следеће:

1. Претходно одредити домен дефинисаности задатка.
2. Примењивати само оне трансформације које не доводе до сужења домена (водити рачуна у ком смеру се примењује нека формула).
3. У случају увођења нове основе логаритма определити се за константну основу. Ако се, ипак, из неких разлога определимо за променљиву основу, онда поред одговарајућих ограничења треба обавезно размотрити и другу могућност.

У овом раду узете су оне трансформације које најчешће користимо што не значи да се исти или слични проблеми неће јавити и у другим ситуацијама. Важно је да се увек води рачуна о домену дефинисаности свих израза пре и после трансформације.