Мр Милана Егерић

МОДЕЛ УЧЕЊА ОТКРИВАЊЕМ

Оспособљавање младих за сложене и разноврсне улоге које ће морати да остварују у животу, најуспешније и најорганизованије се обавља у процесу школовања.

Имајући у виду значај мисаоног ангажовања ученика, како за квалитет знања тако и за развој мисаоних способности, у настави треба обезбедити такве услове рада који ће допринети максимално мисаоно ангажовање сваког ученика и оптимални развој појединца, уважавајући његове индивидуалне способности. Зато се у методици наставе математике поставља питање како помоћи да настава постане активна, развијајућа, подстицајна за све ученике. Треба дати одговор на питање како садржински и организационо створити услове у наставном процесу математике тако да сваки ученик напредује према тренутним способностима и потенцијалним могућностима и како стварати основу за нови степен развоја. И теоретичари и практичари који се баве наставом слажу се у томе да учење треба да подстиче укупан развој ученика и да настава и учење треба да иду испред развоја, а не да га прате. Настава мора ићи у правцу већег развијања интелектуалне радозналости и зрелости, самосталности и одговорности ученика. У наставном процесу ученик мора бити активан и креативан. Настава уопште, а посебно настава математике, треба да подстиче активно и континуирано учење, трагање и откривање нових правила, веза, релација, појмова и да омогући сваком појединцу да изрази сав свој стваралачки потенцијал.

У традиционалној школи има мало креативног рада и зато треба организовано прићи променама унутрашње организације наставе математике и створити повољну климу за методичку трансформацију садржаја, моделовање и примену нових савремених наставних система насталих из педагошко-психолошких и дидактичко-методичких теоријских и практичних сазнања. Отуда постоји потреба за стварањем нових наставних модела са применом ефикаснијих облика, метода, поступака, дидактичко-методичког материјала и упознавање наставника са тим новинама. Степен информисаности наставника о новим наставним системима и њихово прихватање је значајан чинилац за успешно уношење ефикасних промена у настави математике.

Посебно место и улога коју математика има у образовном систему захтевају од наставника већи ангажман у стварању повољније климе на часу за учење и схватање овог предмета. Та посебна улога произилази у широј примени математике, у њеној тачности, строгости и апстрактности.

Апстрактност математиких објеката чини ученицима посебну тешкоћу, јер су то објекти са којима су они упућени да оперишу, а њих нема у стварности. Инсистирање на логичкој строгости захтева да ученици познају, не само чињенице о којима је реч, већ и друге чињенице на које се нове ослањају и из који произилазе, као и коришћење мисаоних операција, закона логичког мишљења и облика закључивања. Специфичност наставе математике је и у томе што се од ученика тражи да од тзв. примљених информација изведе нове информације, јер то претпоставља познавање примљених информација. У другим предметима то није тако.

Ако се има још у виду да је сваки ученик индивидуа за себе са својим особинама, интелектом и способностима, онда је оправдана тежња за стварањем нових наставних система где ће се уважавати диференцирана и индивидуализована настава.

Успешност у настави математике условљена је методичким вођењем математичког образовања, а то вођење зависи од принципа који се примењују у настави. Између осталих, принципи који обезбеђују основне предуслове успешности у настави су принцип свесне активности, поступности и систематичности и принцип диференцијације и индивидуализације. Ученик најбоље учи и напредује кад самостално открива односе између одређених математичких објеката, формира представе и појмове и решава проблеме примерене његовим менталним способностима. Отуда је и обавеза наставника, а посебно методичара наставе математике да прилагођавају наставу и стварају наставне моделе који ће обезбедити основе успешне наставе.

Наводимо пример модела учења откривањем (намењен ученицима осмог разреда основне школе).

Графичко решавање система линеарних једначина (обрада)

Оперативни задаци

Образовни: Ученици треба да науче графички да приказују систем линеарних једначина са две непознате и да са графика читају решење система. Према положају правих да одреде врсту система (одређен, неодређен, немогућ).

Васпитни: Развијање код ученика способности уочавања. запажања, расуђивања, закључивања; развијање упорности, самоиницијативе, самосталности, самоконтроле, уредности.

Функционални: Практична примена система при решавању разних проблемских задатака.

Наставне методе

Самостални рад ученика, учење откривањем.

Наставни облици

Индивидуализовани, индивидуални и фронтални.

Наставна средства

Наставни листићи за самостално учење; допунски листићи; листићи за вежбање у три нивоа тежине.

Структура часа

Уводни део часа

1. Поновити појам линеарне једначине са једном непознатом, са две непознате и појам система линеарних једначина са две непознате.

Главни део часа

2. Истицање циља часа. С обзиром да сваку линеарну једначину можемо графички представити правом, то нас интересује како можемо решити систем линеарних једначина са две непознате *графичком методом.*

3. Самостални рад ученика. Сви ученици добијају наставне листиће за самостално учење. Наставник их обилази, усмерава, упућује, подстиче, даје информачције о тачности решења и води ка жељеном циљу. Посебно сарађује са ученицима који спорије напредују и даје им листиће са допунским информацијама.

4. Примена новоусвојених правила. Ученици добијају листиће за вежбање са диференцираним задацима на три нивоа тежине и самостално, према својим могућностима решавају одговарајуће задатке.

Завршни део часа

Ученици добијају повратну информацију (на графофолији или на посебном листићу) и контролишу свој рад.

Прилози

1. *Наставни листић за самостално учење*
Графичко решавање система линеарних једначина

1. Који услов мора да испуњава уређени пар (x_0, y_0) да би био решење једначине $ax + by = c$?

   Повратна информација: $ax_0 + by_0 = c$.
2. Напиши у облику уређеног пара (x_0, y_0) решење једначине $2x - y = 3$, где је y_0 изражено преко x_0.

   Повратна информација: $(x_0, 2x_0 - 3)$, где $x_0 \in \mathbf{R}$.
3. Колико има уређених двојки које су решења дате једначине?

   Повратна информација: бесконачно много.
4. Напиши одговарајуће двојке (x, y) ако $x \in \{-1, 0, 2\}$.

   Повратна информација: $(-1, -5)$, $(0, -3)$, $(2, 1)$.
5. Представи графички линеарну једначину $2x - y = 2$ на основу добијених координата (уређених двојки).

Повратна информација:

6. Посматрај нову линеарну једначину $x - y = 1$. Одреди одговарајуће вредности за y ако $x \in \{-2, 0, 1\}$ и напиши одговарајућа решења једначине у облику уређених двојки.

   Повратна информација: $(-2, -3)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$.

7. Представи графички линеарну једначину $x - y = 1$ на основу добијених уређених двојки из претходног захтева (у истом координатном систему у ком си графички представио линеарну једначину $2x - y = 3$).

   Повратна информација:

8. Непознате x и y везане су двема једначинама. Те једначине, са истим непознатим, заједно представљају *систем једначина.* Запиши систем који си графички представио.

   Повратна информација: $$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - y &= 1 \end{aligned}$$

9. Прочитај са графика тачку која припада првој и другој правој.

   Повратна информација: $(2, 1)$.

10. Шта представљају координате пресечне тачке ових правих за дати систем једначина?

    Повратна информација: вредности x и y у решењу система.

11.* Колико решења има прва једначина и ког су облика, колико друга и ког су облика, а колико решења има систем тих двеју једначина?

    Повратна информација:
    прва једначина има бесконачно много решења
    и сва решења су облика $(x_0, 2x_0 - 3)$, $x_0 \in \mathbf{R}$;
    друга једначина има решења облика $(x_0, x_0 - 1)$, $x_0 \in \mathbf{R}$;
    систем има само једно решење и то је уређена двојка $(2, 1)$.

12. Како ћемо назвати овај начин решавања система?

Повратна информација: графичка метода решавања система.

13.* Објаснити како се графичким путем решава систем.

Повратна информација:

Једначине система представљамо графички одговарајућим правим, а решење система је уређена двојка која одговара пресечној тачки.

14. Како се зове систем који има само једно (јединствено решење?)

Повратна информација: одређен.

15. Какав је положај правих код *одређеног система*?

Повратна информација: секу се.

16. Графичком методом реши нови систем једначина:

$x + y = 3$
$x + y = -2.$

Повратна информација:

17. Који положај у равни имају графици датих једначина?

Повратна информација: праве су паралелне.

18. Шта је решење овог система? Објасни зашто.

Повратна информација:

Систем нема решења. Не постоји тачка чије координате задовољавају обе једначине, тј. не постоји тачка која истовремено припадама једној и другој правој.

19. Како се зове систем који нема решења?

Повратна информација: немогућ.

20. Какав је положај правих код *немогућег* система?

Повратна информација: праве су паралелне.

21. Графичким путем реши систем:

$x + y = 2$
$2x + 2y = 4.$

Повратна информација:

22. Који положај имају ове праве?

Повратна информација: поклапају се.

23. Колико решења има овај систем?

Повратна информација: бесконачно много.

24.* Напиши сва решења система у облику једног уређеног пара.

Повратна информација: $(a, 2-a)$, $a \in \mathbf{R}$.

25. Како се зове систем који има бесконачно много решења?

Повратна информација: неодређен.

26. Какав је положај правих код *неодређеног* система?

Повратна информација: поклапају се.

27.* Какав систем може бити с обзиром на број решења?

Повратна информација: одређен, неодређен и немогућ.

28.* Опиши положај правих код сваке врсте система.

Повратна информација:
Када је систем одређен – праве се секу, када је неодређен – праве се поклапају и када је немогућ – праве су паралелне.

29.** Нека је систем дат у општем облику

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2. \end{aligned}$$

Одреди узајамну везу између коефицијената a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 и c_2 да би систем једначина био: (а) одређен; (б) немогућ; (в) неодређен.

Повратна информација:

(а) услов да је систем одређен: $\dfrac{a_1}{a_1} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$;

(б) услов да је систем немогућ: $\dfrac{a_1}{a_1} = \dfrac{b_1}{b_2}$ и $\dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$;

(в) услов да је систем неодређен: $\dfrac{a_1}{a_1} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$.

2. *Допунски листић* (упутства за одређене задатке)

1. Ако је дата једначина $2x + 4y = 14$, онда је уређена двојка $(3, 2)$ решење једначине, јер заменом непознатих x и y одговарајућим координатама уређене двојке $(3, 2)$ добијамо тачну бројевну једнакост $2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 14$.

Значи, ако је (x_0, y_0) решење једначине $ax + by = c$ са непознатим x и y, онда заменом непознате x са x_0 и y са y_0 једначина ће представљати тачну бројевну једнакост. Запиши ту једнакост.

2. Ако је $x = a$, вредност непознате y одредићемо решавајући једначину $2a - y = 3$ по y, па ће бити $y = 2a - 3$. Дакле, уређена двојка $(2, 2a - 3)$ је решење дате једначине.

Ако је $x = x_0$, одреди y на исти начин и запиши одговарајућу уређену двојку.

3. С обзиром да линеарна једначина са две непознате графички представља праву а координате било које тачке на правој су решење дате једначине, то једна једначина са две непознате има онолико решења колико права има тачака. Закључи сада колико једна једначина има решења која су уређене двојке.

16. Одреди по две тачке за обе праве и нацртај их у истом координатном систему. На пример, за једначину $x + y = 3$ узми да је $x \in \{0, 3\}$ и одреди вредности y за дате вредности x. Добијене уређене двојке представљаће пресечне тачке графика са Oy и Ox осом. За другу праву узми да је $x \in \{0, -2\}$ и одреди одговарајуће уређене двојке.

21. Одреди по две тачке за обе праве и нацртај их у истом координатном систему. На пример, за прву једначину узми да је $x \in \{1, 3\}$, а за другу $x \in \{0, 2\}$.

Покушали смо да направимо модел вођеног учења са диференцираним и индивидуализованим приступом. Ученика смо ставили у први план. Он истражује, проверава, закључује и критички излаже добијене податке. Ученик самосталним радом стиче знања користећи дидактички материјал.

Препоручујемо наставницима да покушају да примене дати модел за одговарајући садржај, па уколико сматрају да су наставни ефекти повећани, да и сами праве сличне моделе и размишљају о сталном повећању образовног ефекта у настави математике.