Алија Мандак

ФОРМИРАЊЕ ПОЈМОВА ПРВИХ ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ

Природни бројеви се заснивају аксиоматски и помоћу теорије скупова као кардинални бројеви коначних скупова. Године 1889. италијански математичар Ђузепе Пеано (G. Peano, 1858–1932) први је засновао аксиоматску теорију природних бројева.

Посматрајмо низање природних бројева. То је пресликавање $f\colon \mathbf{N}\to\mathbf{N}\setminus\{1\}$ које сваком природном броју n придружује његовог следбеника $f(n)=n'=n+1$. Ово пресликавање је 1–1, што значи да су два природна броја једнака ако су једнаки њихови следбеници, тј. $(\forall m,n\in\mathbf{N})(m'=n' \implies m=n)$. Сваки природни број има следбеника и број 1 није следбеник ниједног природног броја. Ове особине пресликавања f, „бројања“, дале су идеју за аксиоматско заснивање теорије природних бројева. Полазимо од основних појмова: скуп, природни број, функција „следбеник“ и број један (1).

Скуп природних бројева је непразан скуп $\mathbf{N}$ са функцијом „следбеник“, за чије елементе важе следеће аксиоме :

A1. Број један (1) је природни број, тј. $\exists\, 1\in\mathbf{N}$.

A2. Сваки природни број има свог следбеника, тј. $(\forall a\in\mathbf{N})(\exists\, b\in\mathbf{N})(b=a')$.

A3. Број један (1) није следбеник ниједног природног броја, тј. $(\forall a\in\mathbf{N})$ $(1\neq a')$.

A4. Два природна броја су једнака ако су једнаки њихови следбеници, тј. $(\forall a,b\in\mathbf{N})(a'=b' \implies a=b)$.

A5. Нека подскуп $M\subseteq N$ има следећа својства:
  1) $1\in M$,
  2) $(\forall k\in\mathbf{N})(k\in M \implies k'\in M)$.

  Тада је $M=N$.

Ове аксиоме познате су под именом Пеанове аксиоме.

Због своје важности у доказима теорема које у својој формулацији садрже природан број n, издваја се аксиома A5 која се зове *аксиома математичке индукције.*

Наравно, овакво заснивање није прикладно у почетној настави. Ипак смо га у раду изложили, јер мислимо да би требало да сваки наставник добро познаје особине пресликавања f, „бројања“, с обзиром да сва деца пре поласка у школу механички броје.

Посматрајмо сада класу $\mathcal{F}$ свих коначних скупова. У $\mathcal{F}$ уводимо релацију „једнакобројност“ („еквивалентност“), у ознаци „$\sim$“, на следећи начин: за два коначна скупа A и B кажемо да су еквивалентни, $A \sim B$, ако постоји пресликавање $f\colon A \to B$ које је 1–1 и на. Ова релација има својство рефлексивности (идентично пресликавање $i\colon A \to A$ је 1–1 и на), симетричности ($f^{-1}\colon B \to A$ је 1–1 и на) и транзитивности (кад су $f\colon A \to B$ и $g\colon B \to C$ 1–1 и на, такво је и $g\circ f\colon A \to C$). Класа $\mathcal{F}$ се помоћу релације „$\sim$“ разбија на класе еквивалентних (једнакобројних) скупова тако да свака класа представља бесконачну фамилију свих коначних скупова еквивалентних међу собом. Уочимо класу $\mathbf{K}_A$ свих скупова еквивалентних неком скупу A. Мисаоном операцијом апстракције занемарујемо све могуће незаједничке особине скупова уочене класе (природу елемената, распоред елемената, удаљеност елемената, облик елемената, ...) и издвајамо једну једину особину заједничку за све скупове уочене класе, а то је да имају једнак број елемената. Генерализацијом ту заједничку особину уопштили смо на све скупове класе $\mathbf{K}_A$.

Сви скупови исте класе $\mathbf{K}_A$ имају једну једину заједничку особину, једнак број елемената, и тај број има своје име које се може записати као реч или цифра.

Све ово изложено репрезентујемо на формирању појма природног броја пет (5).

Претпоставља се да ученици знају појам скупа, појам придруживања и појам еквивалентних (једнакобројних) скупова.

Уочимо скуп прстију једне шаке. Наставник захтева од ученика да од свог дидактичког материјала саставе по неколико скупова који имају једнак број елемената са уоченим скупом. Ученици састављају, на пример, скуп чији су елементи пет кружних жетона, скуп чији су елементи 5 квадратних жетона или скуп

$$\{\,\text{зрно пасуља, кестен, оловка, гумица, буквар}\,\}.$$

На припремљеној слици наставник показује ученицима скуп чији су елементи пет девојчица које играју кошарку, скуп чији су елементи пет птица, пет цветића, ... После ових примера ученици замишљају скупове који имају исти број елемената са уоченим скупом прстију једне шаке. Сада долази до изражаја апстракција као мисаона операција. Ученици тога нису свесни, али наставник мора знати да у овој етапи ученици апстрахују. Дакле, апстрахују (занемарују) се незаједничке особине посматраних скупова (природа елемената, распоред елемената, удаљеност елемената, облик елемената, ...) и издваја једна једина заједничка особина, а то је да имају по пет елемената.

Заједничка особина свих скупова које смо саставили и свих скупова које смо именовали зове се „пет“.

Ако наставник мисли да је овакав приступ тежак за ученике (што не би требало да буде ако се правилно изводи математичко образовање), онда се може рећи и овако: сваки од састављених скупова и сваки од скупова које смо именовали имају по пет елемената.

У следећој етапи наставник помаже ученицима да појам „пет“ генерализују као заједничку особину свих могућих скупова који имају исти број елемената са посматраним скуповима. Наставник објашњава ученицима да посматрани скупови нису једини који имају заједничку особину „пет“, него да постоји још много (бесконачно много) скупова који имају ту особину.

Заједничка особина скупова које смо саставили, скупова које смо именовали и свих других скупова (има их много) који имају исти (једнак) број елемената са скупом прстију једне шаке зове се „пет“. Та заједничка особина се у ствари зове број, а пет је име тог броја.

На претходним часовима учи се да су се људи договорили да речи, имена један, два, три, четири, ... , записују врло кратко, једним знаком. Дакле:

један записују овако	1
два записују овако	2
три записују овако	3
четири записују овако	4

Слично се реч, име пет, записује врло кратко, једним знаком. Дакле:

пет се записује овако	5

Истакнимо још једном да се ови знаци зову цифре.

На крају, наставник од ученика захтева да у једном реду свеске за математику у сваки квадратић упишу број 5.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ј. Драгичевић, *Методика наставе математике са ужестручним прилозима за праксу*, Бијељина, 2000.

[2] Р. Круљ, С. Качапор, Р. Кулић, *Педагогија*, Београд, 2002.

[3] М. Марјановић, *Методика математике, први део*, Учитељски факултет, Београд, 1996.

[4] М. Марјановић, *Методика математике, други део*, Учитељски факултет, Београд, 1996.

[5] М. Марјановић, М. Латковић, Б. Никодијевић, *Математика за први разред основне школе*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2001.

[6] Т. Малиновић, *Основи наставе математике*, Врање, 1988.

[7] А.Е. Мерезон, А.С. Добротворский, А.Л. Чекин, *Пособие по математике для студентов факультетов начальных классов*, Москва–Воронеж, 1998.

[8] М. Николић, *Уводне теме у методику математичког образовања*, Младо поколење, Београд, 1967.

[9] J. Пинтер, В. Сотировић, Н. Петровић, Д. Липовац, *Општа методика наставе математике*, Учитељски факултет, Сомбор, 1996.

[10] С. Првановић, *Методика савременог математичког образовања*, Завод за уџбенике и наставна средства Србије, Београд, 1970.