Здравко Старц

ЈЕДАН ДОКАЗ ПИТАГОРИНЕ ТЕОРЕМЕ

Питагорина теорема је једна од најзначајнијих теорема са разноврсним применама у решавању различитих проблема у математици и њеним применама. Током векова ова теорема побуђивала је велику пажњу математичара тако да је до сада забележно више од 350 доказа. У овом чланку навешћемо један доказ Питагорине теореме.

Нека је дат правоугли троугао ABC са катетама a и b, хипотенузом c и нека уписана кружница полупречника r овог троугла са центром у тачки U додирује странице CA, AB, BC, редом, у тачкама X, Y, Z. Користићемо следећи став о тангентним дужима: тангентне дужи из дате тачке на дату кружницу једнаке су међу собом.

Применом овог става добијамо да је

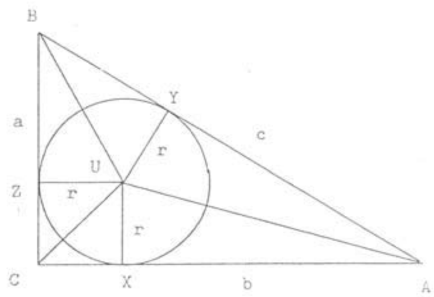
$$\begin{aligned} CX &= CZ = r, \\ BZ &= BY = a - r, \\ AX &= AY = b - r. \end{aligned}$$

Како је

$$c = AY + BY = b - r + a - r,$$

то непосредно добијамо да је полупречник уписане кружнице правоуглог троугла

$$r = \frac{1}{2}(a + b - c).$$



Површина троугла ABC једнака је збиру површина троуглова AUC, ABU, BCU, тј.

$$\begin{aligned} P(ABC) &= \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr + \frac{1}{2}ar = \frac{1}{2}(a+b+c)r \\ &= \frac{1}{2}(a+b+c)\,\frac{1}{2}(a+b-c) = \frac{1}{4}(a^2 + 2ab + b^2 - c^2). \end{aligned} \tag{1}$$

С друге стране, површина троугла ABC је $P(ABC) = \dfrac{1}{2}ab$. Из те релације и (1) имамо

$$\frac{1}{4}(a^2 + 2ab + b^2 - c^2) = \frac{1}{2}ab,$$

тј. добијамо да је $a^2 + b^2 = c^2$.