## НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

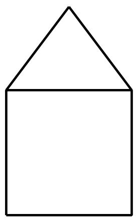
**Драгољуб Милошевић**

# ЦРТАЊЕ ФИГУРА ЈЕДНИМ ПОТЕЗОМ[1]

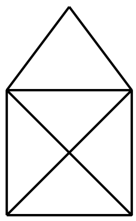
Пред вама се налази „кућица“ (сл. 1). Она може да се нацрта *једним потезом*, тј. тако да:

- врх оловке не одваја се од папира,
- дуж сваке саставне линије фигуре оловком се пређе тачно једном.

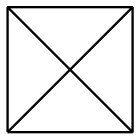
Допунимо кућицу двема унакрсним „гредама“ као на слици 2. Новоформирана фигура, такође, може да се нацрта једним потезом оловке. Проверите!



Сл. 1



Сл. 2



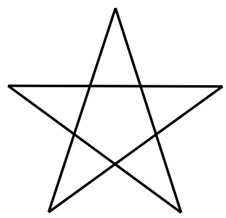
Сл. 3

Сада уклонимо „кров“ са те „кућице“ (сл. 3). Добијамо фигуру квадрата с обе његове дијагонале. Покушамо ли ту фигуру да нацртамо једним потезом, нећемо успети.

Објаснимо зашто се неке фигуре могу, а неке не могу, нацртати једним потезом (тј. на начин описан на почетку овог чланка)[2].

Свака од нацртаних фигура састоји се од извесног броја тачака и линија које се у тим тачкама састају. Те тачке обично називамо *чворовима* (теменима). Ако се у једном чвору састаје паран број линија, тај чвор називамо *парним*. У супротном, он је *непаран*.

Уколико се у паран чвор уђе, увек постоји слободна линија за излаз (тј. паран чвор је пролазан). На пример, фигура облика петокраке звезде садржи само парне чворове, њих 5, и она може да се нацрта једним потезом оловке полазећи из било које тачке фигуре (сл. 4). Успешност цртања фигуре једним потезом, дакле, зависи од броја непарних чворова.



Сл. 4

[1] Материјал подесан за обраду у додатној настави

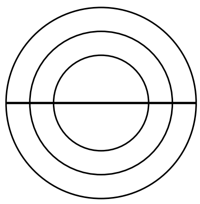
[2] Подразумева се да се фигура састоји из једног дела, тј. да је повезана.

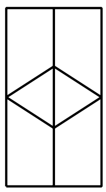
Може да се покаже да свака фигура има паран број непарних чворова, тј. 0, 2, 4, 6, … Фигура са слике 2 има *два* непарна чвора и, као што смо видели, можемо да је нацртамо једним потезом оловке, али уз услов да пођемо из једног и дођемо у други непарни чвор. За разлику од ње, фигура са слике 3 има *четири* непарна чвора и ту фигуру нисмо могли да нацртамо на описани начин. Наиме, важи следеће:

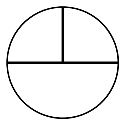
*Фигура се може нацртати једним потезом оловке само кад је број њених непарних чворова* 0 *или* 2.

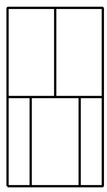
Дакле, ако фигура има више од 2 непарна чвора, она не може да се нацрта једним потезом.

Примера ради, фигуре са слика 5 и 6 могу да се нацртају једним потезом, а са слика 7 и 8 – не. За сваку од фигура са сл. 5 и сл. 6 нацртајте одговарајућу путању.

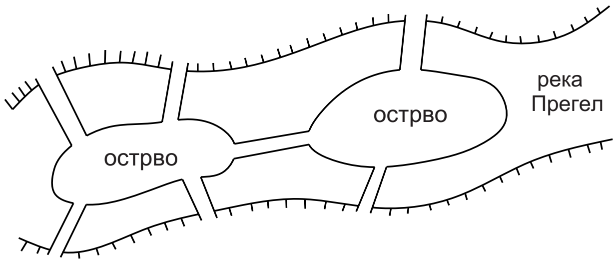

Сл. 5


Сл. 6


Сл. 7


Сл. 8

Уверени да вас интересује на који начин се дошло до напред исказаног правила, враћамо вас непуна три века уназад. У то време, тачније 1735. године, постављен је следећи „наиван“ проблем: да ли неки беспосличар, на пример, може поћи из било које тачке, прећи преко сваког моста са слике 9 *само једном* и вратити се у полазну тачку?[3]



Сл. 9

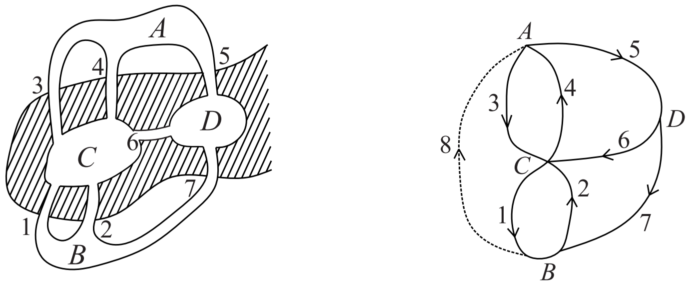
Велики математичар Л. Ојлер[4], Швајцарац који је радио у Петрограду (данашњи Санкт-Петербург), поднео је Руској академији научни рад у коме је дока-

[3] Река Прегел пролазила је тада кроз главни град источне Пруске, Кенигсберг. Мостове са сл. 9 називамо *Кенигсбершким мостовима.*

[4] L. Euler (1707–1783)

зао негативан одговор на постављено питање. Тај рад се сматра почетком *топологије*, савремене математичке дисциплине.

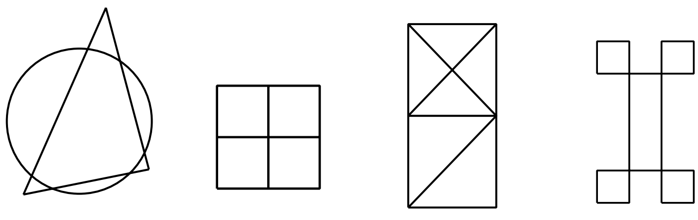
Ојлер је земљу (обале и острва) означио тачкама ($A$, $B$, $C$, $D$), а мостове – линијама (1,2,3,4,5,6,7) – сл. 10а. Потом је разврстао све тачке (чворове) у парне и непарне. С обзиром да као резултат добија фигуру са слике 10б, која се састоји од 4 непарна чвора, закључује да тражена шетња преко Кенигсбершких мостова није могућа.




а) б)

Сл. 10

Кад је подигнут и осми Кенигсбершки мост (сл. 10б, испрекидана линија), могло се преко сваког моста прећи тачно једном.

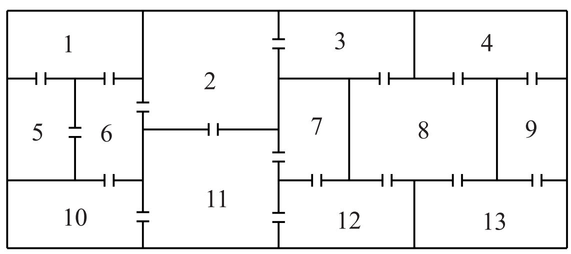


а) б) в) г)

Сл. 11

Задаци

1. Које од фигура на слици 11 се могу, а које не могу нацртати једним потезом?




Сл. 12

2. На слици 12 приказан је лавиринт са својством да се свака од врата затварају чим се кроз њих прође.
   а) Из које собе се мора кренути да би се обишао цео лавиринт?
   б) Где треба на спољним зидовима конструисати врата, да би посетиоци који прођу кроз све препреке могли изаћи из лавиринта?
3. Дат је конвексан многоугао са $n$ страница и конструисане су све његове дијагонале. За које вредности $n$ се фигура може нацртати једним потезом?
4. Шест градова је повезано тако да сваки пар градова има директну саобраћајну везу (железничку или аутомобилску, не обе). Може ли се са сигурношћу тврдити да постоје три града који су међусобно повезани саобраћајним везама исте врсте?