Мр Драгица Ранковић

ПРОБЛЕМСКА И ХЕУРИСТИЧКА НАСТАВА КАО САВРЕМЕНИ ОБЛИЦИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

1. Увод

Велики број различитих облика наставних метода не мора значити изузетно добро реализовану наставу математике. Зато је потребно преиспитати употребу свих облика рада и наставних метода и задржати само оне који не спутавају ученике. Потребна је и чешћа измена облика рада и наставних метода. Математика је још од настанка конкретна и индуктивна наука, а сама математика је апстрактна и дедуктивна наука. Та чињеница говори о томе колико су и за наставу математике важне неке научне методе истраживања. Креативан наставник, бирајући погодне проблеме и примењујући те методе, може ученике оспособити за рад који је врло близак истраживачком раду. Ученике треба поступно и примерено научити анализирању, синтези, конкретизацији, апстракцији, индукцији, дедукцији, генерализацији, специјализацији и уочавати аналогије, без обзира хоће ли се они касније озбиљније бавити математиком или не. Математички начин мишљења је драгоцено стечено математичко образовање, примењиво и у многим другим делатностирна. Које су наставне методе најпогодније за остварење набројаних циљева? За наставу математике, а посебно за развијање способности ученика за решавање проблема, природно се издвајају два метода: проблемска настава и хеуристичка настава.

2. Проблемска настава

Основу за примену проблемске наставе дају три важна појма: проблем, проблемска ситуација и основ проблема. Проблемска настава је савремен, виши наставни метод. Та чињеница нам одмах говори да је и ученицима и наславницима математике тежи од других наставних метода. Ученицима је тежак зато што самостално решавање проблема није ни једноставно, ни лако. То се најчешће може видети на математичким такмичењима, где се ни најбољи ученици добро не сналазе у решавању нестандардних и проблемских задатака. Битна претпоставка за успешну примену проблемске наставе је да су ученици примерено оспособљени за умни рад, правилан избор извора за проучавање и издвајање потребних теоријских чињеница, мисаоно прерађивање, постављање и проверавање хипотеза, језичко обликовање и запис резултата рада и др. Способност умног рада развија се поступно. Најповољнији развој се постиже управо у проблемској настави. Зато је овај облик наставе неопходно примењивати на свим нивоима математичког образовања, уважавајући притом узраст, психички развој и стварне математичке способности ученика. Иако се поучавање наставника математике у проблемској настави знатно смањује, овај наставни метод релативно је тежак и за наставника. Улога наставника у њему састоји се у саветовању и помагању ученика при избору извора, указивању на потребне теоријске чињенице и завршној расправи о резултатима самосталног рада ученика. Ту се могу појавити и поставке ученика, које наставник није предвидео, па мора бити спреман и на такву ситуацију. Штавише, он мора бити способан да ствара такве проблемске ситуације. Зато је друга битна претпоставка за примену проблемске наставе добра оспособљеност наставника математике. Сви математички садржаји носе у себи основу проблема. Зато је при обради сваког математичког садржаја могуће најпре створити прикладну проблемску ситуацију и ученике ставити пред неки проблем. Хоће ли се касније проблем у потпуности обрађивати применом проблемске наставе, или ће се рад комбиновати с другим облицима и наставним методама зависи од тежине математичког садржаја, узраста и предзнања ученика и вештине наставника. Већ само постављање проблемске ситуације добар је почетак. Ако се већ проблемска настава не може, због своје сложености и тежине, примењивати при обради доброг дела наставних садржаја, пожељно је да наставник математике ученицима, или бар напреднијим ученицима, чешће поставља проблемске задатке и негује стварање различитих проблемских ситуација.

Проблемска настава има низ добрих особина, као што су: већа мотивисаност ученика, примерена могућност сарадње, истраживачки приступ решавању проблема, развој критичког мишљења, боље схватање суштине и законитости, повећање количине знања, стечена знања су трајнија, већа применљивост стечених знања. Проблемска настава је захтеван наставни метод. Због сложености и тежине за њену примену треба више времена. Зато је разумљиво да се проблемска настава не може примењивати на сваком наставном часу, већ је потребно направити ужи и примеренији избор математичких садржаја, а за обраду тих садржаја и одличну припрему. Решавање проблемских задатака добар је начин поступног увођења проблемске наставе у наставу математике.

3. Хеуристичка настава

Кад год се проблемска настава не може применити, било због њене тежине или због природе математичког садржаја који је потребно обрадити, тај наставни метод треба заменити са наставним методом чија је делотворност нешто слабија, али још увек довољно добра за остварење већине циљева савремене наставе математике. Такав метод је хеуристичка настава. Овде су активност и самосталност ученика смањене. Међутим, способност умног рада ученика и даље се развија путем наставниковог мисаоног вођења. Хеуристика је млада научна грана. Назив потиче од Архимедовог узвика „ХЕУРЕКА“ (пронашао сам, открио сам), када је овај велики Грк открио закон о тежини тела зарођеној у течност. Хеуристичка настава је настала из потребе да се увођењем самосталног рада ученика превлада предавачка настава и побољша наставни процес. Почетке овог облика наставе налазимо у првој деценији 20. века. Она се током времена развијала и усавршавала. Развојни пут најбоље описују смернице за њену примену из прве половине 20 века: Задржати привидност игре. Уважавати слободу ученика. Подржавати привид његовога властитог откривања математичке истине, избегавати заморне вежбе памћења у почетном образовању ученика, јер то потискује његове урођене особине. Предавати ослањајући се на интерес према математичком садржају, који се проучава. Не излагати одређени део математике у потпуно готовом облику. Таквим се поступањем долази у раскорак с основним начелима наставе. Развијати умни рад, а не захтевати учење напамет. Придржавати се начела примерених тешкоћа. Развијање стваралачких способности ученика, главни је задатак наставе математике. Хеуристичка метода је таква наставна метода у којој наставник не препоручује ученицима готове чињенице и истине, него их наводи на самостално откривање одговарајућих тврђења и правила. Хеуристичка метода састоји се у томе да наставник пред разред поставља проблем, а онда помоћу одговарајућих прикладних питања води ученике до решења.

Циљ хеуристичког облика наставе је да истражи правила и методе које воде до проналаска и открића.

4. Карактеристике хеуристичке наставе

Хеуристичка настава као и сваки други наставни метод има своје добре и слабе стране. Позитивна је чињеница да добре стране превладавају и хеуристичку наставу сврставају међу више и савремене наставне методе.

Добре стране

Основ за стицање знања и способности представљају самостални рад и активност ученика. Притом је важно наставниково поучавање о математичком садржају и начину рада као својеврсна помоћ ученицима. Познато је да образовно значење имају само они математички садржаји које ученици потпуно разумеју. Оно што ученици не разумеју брзо се заборавља и потпуни је образовни промашај. Зато је битна особина хеуристичке наставе да наставници својим поучавањем ученике мисаоно воде и доводе их до разумевања и схватања математичког садржаја. Хеуристичка настава претпоставља непосредно комуницирање наставника и ученика. Наставник својим питањима упућује ученике да у изворима налазе чињенице на основу којих наставниковим мисаоним вођењем долазе до схватања уопштења. Слободан разговор и расправа омогућавају ученицима постављање питања и то посебно кад им недостаје нека важна информација. Иако хеуристичка настава, за разлику од проблемске, не доводи још ученике до потпуно самосталног рада у откривању математичких истина, већ до тога открића ученике води наставник на темељу свога хеуристичког модела, ученици су ипак мисаоно активни и у одређеној мери субјекти наставе. Хеуристичка настава мора довести ученике до схватања.

Слабе стране

Немогућност мисаоног вођења баш свих ученика због недостатка времена и различитих брзина схватања. Немогућност непосредне комуникације са свим ученицима. Комуникација с повученим ученицима је отежана и често изостају њихова питања. Непотпуна повратна информација о проученом математичком садржају.

5. Примери

Хеуристичка настава, за разлику од проблемске наставе, може се у потпуности или делимично применити на сваком наставном часу математике. Све зависи од наставника и вештине његовог вођења. За илустрацију примене хеуристичке наставе изабрали смо неколико математичких садржаја које је лако рашчланити на кораке и где она долази до пуног изражаја.

Пример 1. *Дељивост природних бројева бројем 9.*

Тема је погодна за примену хеуристичке наставе, јер је пре тога обрађена тема дељивост природних бојева бројем 3, па је поступак истраживања познат и лако се успоставља проблемска ситуација. Наставник у уводном делу наставног часа, кроз разговор подсећа ученике на тај поступак.

Следе кораци: 1) Посматрање садржалаца броја 9 мањих од 200 и збира њихових цифара. Садржаоци су бројеви 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198, а збирови њихових цифара су 9 или 18. Ученици уочавају да су збирови цифара садржаоци броја 9, тј. бројеви су дељиви са 9!

Прво тврђење: *Ако је природан број дељив бројем 9, онда је и збир његових цифара дељив бројем 9.*

2) Посматрање природних бројева: 1008, 27999, 456237, 987654321, чији су збирови цифара 9, 36, 27, 45 садржаоци броја 9. Провера дељењем показује да су и посматрани бројеви дељиви бројем 9.

Друго тврђење: *Ако је збир цифара природног броја дељив бројем 9, онда је и тај природан број дељив бројем 9.*

Ово обратно тврђење омогућује брже испитивање дељивости природних бројева бројем 9, него што се то може постићи дељењем. То је нарочито важно код великих бројева. У тим случајевима може се применити џепни рачунар.

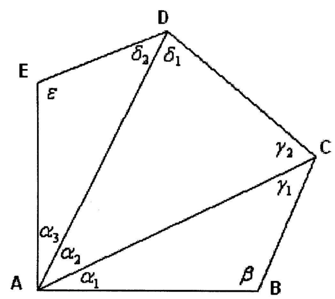
Пример 2. *Збир углова у многоуглу.*

Обрада ове наставне јединице у седмом разреду основне школе темељи се на низу једноставних индуктивних закључивања. Наставник математике може на природан начин рашчланити наставну јединицу на кораке и осмислити хеуристички приступ њене обраде. Откривање креће од раније познатих чињеница. Важно је предзнање ученика. Наставник прво подсећа ученике на њихово знање о троуглу и четвороуглу. Прва чињеница је тврђење о збиру свих унутрашњих углова троугла, за које важи једнакост $S_3 = \alpha+\beta+\gamma = 180^\circ$. Друга, тврђење да је збир свих унутрашњих углова четвороугла 360°, $S_4 = \alpha+\beta+\gamma+\delta = 360^\circ$. Следеће је: повлачењем једне дијагонале четвороугла, он је подељен на два троугла.

Наставак индуктивног поступка: наставник усмерава мишљења ученика на следећи многоугао и упућује их на повлачење његових дијагонала из једног врха.

Следећи многоугао је петоугао $ABCDE$ са унутрашњим угловима α, β, γ, δ, ε. Његове дијагонале AC и AD из врха A деле угао α на три дела α_1, α_2 и α_3, угао γ на два дела γ_1 и γ_2, угао δ на два дела δ_1 и δ_2, а петоугао $ABCDE$ на три троугла ABC, ACD и ADE. Збирови унутрашњих углова у тим троугловима једнаки су редом: $\alpha_1+\beta+\gamma_1=180°$, $\alpha_2+\gamma_2+\delta_1=180°$ и $\alpha_3+\delta_2+\varepsilon=180°$. Сабирањем ових једнакости добијамо:

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\beta+\gamma_1+\gamma_2+\delta_1+\delta_2+\varepsilon=180°+180°+180°=540°=3\cdot 180°.$$



Слика 1. Израчунавање збира унутрашњих углова петоугла $ABCDE$

Аналогно се посматра шестоугао, седмоугао, итд. Сада се ученицима покушава да укаже на откривање одређених законитости међу добијеним једнакостима, код наведених многоуглова. Шестоугао се помоћу три дијагонале из једног врха подели на четири троугла, па је $S_6=4\cdot 180°$, за седмоугао: $S_7=5\cdot 180°$, итд.

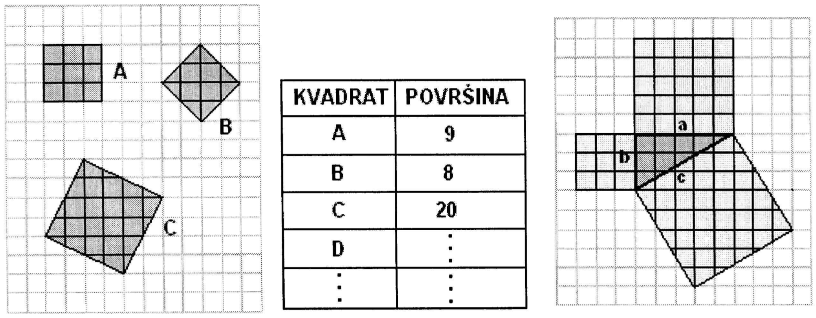
Разматрани низ индуктивних закључивања води мишљења ученика на исказивање следећег општег закључка, генерализације:

Збир S_n свих унутрашњих углова у многоуглу са n страница дат је формулом $S_n=(n-2)\cdot 180°$.

Доказ овог тврђења заснива се на чињеници да се из једног темена многоугла са n страница могу повући $n-3$ дијагонале, које тај многоугао деле на $n-2$ троугла.

Пример 3. *Питагорина теорема*

Традиционална обрада ове теме има један изразити методички недостатак: почиње најчешће тако што се одмах на почетку искаже својство дужина a, b и c страница правоуглог троугла у облику Питагорине теореме, $c^2-a^2+b^2$. Често се изоставља чак и доказ, већ се одмах иде на примену теореме на разне геометријске ликове. То није погрешно, и на тај начин ученици ће усвојити теорему, постаће њихово трајно знање, поготово што ће их Питагорина теорема, „пратити“ током даљег школовања. Међутим, у оваквој обради запостављен је поступак откривања. За хеуристичко откриће Питагорине теореме довољна су само два корака. Након кратког наставниковог увођења у проблемску ситуацију, сваки корак омогућује самостални рад ученика. Можемо још додати да су оба



KVADRAT	POVRŠINA
A	9
B	8
C	20
D	⋮
⋮	⋮

Слика 2. Таблица квадрата

корака врло погодна, за примену још једне корисне методе у настави математике у основној школи – методе демонстрације. Ево тих корака.

1) Израчунавање површина квадрата у квадратној мрежи. Врхови неког квадрата постављају се у пресеке квадратне мреже, квадрат се дели на троуглове и мање квадрате којима се, пребројавањем јединичних квадратића, површине лако израчунавају.

2) Након попуњавања таблице лако се уочава веза међу квадратима и исказује

Питагорина теорема. *Збир квадрата дужина катета a и b сваког правоуглог троугла једнак је квадрату дужине хиполенузе c.*

6. Закључак

У наставном процесу је од велике важности ученицима пружити могућност да самостално раде и откривају математичке истине, како бисмо што чешће од њих чули узвик задовољства: ХЕУРЕКА!

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Kadum, *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi malematike*, IGSA, Pula, 2005.
2. Z. Kurnik, *Načelo problemnosti*, Matematika i škola **14** (2002), 148–152.
3. Z. Kurnik, *Problemska nastava*, Matematika i škola **15** (2002), 196–202.
4. G. Polya, *Kako ću rješiti matematički zadatak* (prevod s engleskog), Školska knjiga, Zagreb, 1956.

Медицинска школа „Др Миша Пантић“, Ваљево

E-mail: dranković@ptt.rs