Милорад Шуковић

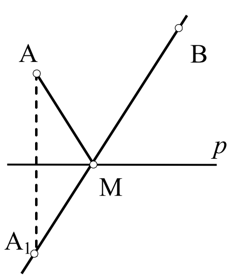
РАЗВОЈНИ ПУТ ЈЕДНОГ ЗАДАТКА КРОЗ ЧЕТИРИ РАЗРЕДА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Реализујући разноврсне циљеве наставе математике трагамо за задацима који побуђују интересовање и имају што већи образовно-васпитно утицај на ученике. Задаци који мобилишу све мисаоне операције, развијају истраживачке способности и умећа ученика, побуђују јаче интересовање (проблемске ситуације су занимљивије). Развијају интуицију и маштовитост, инспиришу и покрећу идеје. Погодни су за дискусију.

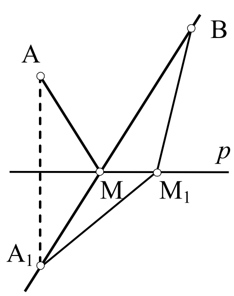
Развојни пут једног таквог задатка почиње у петом разреду и пролази, повезујући појмове и тврђења, кроз све разреде основне школе. Пут се завршава али се путовање наставља.

Задатак. *Два брода, A и B, налазе се усидрени на мору недалеко од праволинијске обале p. Са једног брода послат је чамац на други брод. Чамац, успут, мора да искрца на обалу једног путника. Одреди (конструиши) најкраћи пут којим чамац треба да иде да би обавио задатак.*

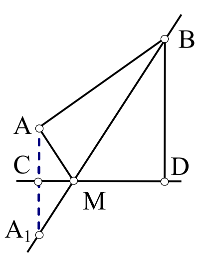
Конструишемо осносиметричну тачку A_1 тачки A у односу на праву p. Права одређена тачкама A_1 и B сече праву p у некој тачки M (сл. 1). Пут A-M-B је најкраћи. Али како то доказати ученицима петог разреда? Поновимо задатак у шестом разреду.



Сл. 1



Сл. 2



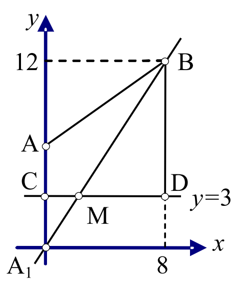
Сл.3

Тврдимо да је пут $AM + MB = A_1M + MB$ најкраћи. Нека је M_1 тачка праве p, различита од тачке M (сл. 2). Да ли је можда пут $A_1M_1 + M_1B$ краћи? Из троугла A_1M_1B имамо да је $A_1M_1 + M_1B > A_1B$. Одатле је $A_1M_1 + M_1B > A_1M + MB$, па и $A_1M_1 + M_1B > AM + MB$. Доказали смо наведено тврђење. Како да, на основу задатих растојања, одредимо (израчунамо) где се налази тачка M? Одговор следи у седмом разреду. На два начина!

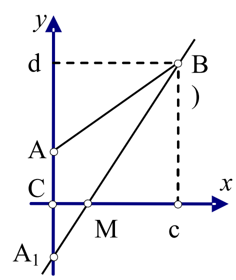
Нека су одстојања тачака A и B од праве p 3km и 9km, а $AB = 10$km. Применом Питагорине теореме на правоугли трапез $CDBA$ (сл. 3) следи да је $CD = 8$km. Ако са x означимо растојање CM, $0 \leqslant x \leqslant 8$, ученици, израчунавајући збир дужина $AM + MB$, уоче да се за $0 \leqslant x \leqslant 2$ тај збир смањује, док се за $2 \leqslant x \leqslant 8$ повећава. Ипак, то је само (добра) процена. Како ћемо одредити вредност x која одговара баш тачки M?

Први начин. Уочимо да су троуглови MCA и MDB слични. Из те сличности следи да је $AC : BD = CM : MD$, а одатле је $3 : 9 = x : (8 - x)$ и, најзад, $x = 2$km.

Други начин. Поставимо правоугли координатни систем xOy тако да се координатни почетак поклапа са тачком A_1, а y-оса са правом AA_1 (сл. 4). Координате датих тачака су $A(0, 6)$ и $B(8, 12)$. Одредимо координату x тачке $M(x, 3)$. Права кроз A_1 и B има једначину $y = \frac{3}{2}x$, па из $y = \frac{3}{2}x$ и $y = 3$ следи да је $x = 2$.



Сл. 4



Сл. 5

Задатак понављамо и уопштавамо у осмом разреду, када су ученици овладали појмом линеарне функције. Поставимо сада координатни систем тако да се x-оса поклапа са правом p (y-оса је и даље права AA_1); другим речима, сада је тачка C координатни почетак (сл. 5). Нека су координате датих тачака $A(0, a)$, $A_1(0, -a)$ и $B(c, d)$. Линеарна функција чији је график права A_1B је дата са $y = \dfrac{d + a}{c}\,x - a$. Пресек M тог графика са x-осом има ординату $y = 0$, одакле је његова апсциса $x = \dfrac{ac}{a + d}$.

Дискусија. Ако се тачка B удаљава дуж праве $x = c$ (вредности y-координате се повећавају док x-координата остаје непромењена), како се мења положај тачке M? Приближава се координатном почетку. Да ли ће „стићи“ баш у координатни почетак? Размотрити и остале промене положаја тачке B. Дакле, пут је завршен али се путовање наставља кроз средњу школу, када ученици буду у стању да нађу граничне вредности, на пример, $\lim\limits_{d \to +\infty} \dfrac{ac}{a + d} = 0$.

ОШ „Свети Сава“, Аранђеловац, *E-mail*: `sukiaca@sezampro.rs`