

Др Зорана Лужанин, др Слађана Димитријевић

ОД МАТЕМАТИЧКОГ ЗНАЊА КА МАТЕМАТИЧКОЈ ПИСМЕНОСТИ: ПРИМЕНА НОВИХ СТАНДАРДА ОБРАЗОВНИХ ПОСТИГНУЋА У НАСТАВИ

Већ дуги низ година постоје различити покушаји да се настава математике у основном и средњошколском образовању системски унапреди, с мањим или већим успехом. Пред нама је сада важан корак који би могао да донесе значајније промене – нови стандарди образовних постигнућа за наставни предмет математика. Интегрални документи се могу наћи на:

- <https://zuov.gov.rs/novi-pravilnici-pravilnik-o-standardima-obrazovnih-postignu%C4%87a-za-kraj-prvog-ciklusa-osnovnog-obrazovanja-i-za-kraj-osnovnog-obrazovanja/>
- <https://zuov.gov.rs/novi-pravilnici-pravilnik-o-standardima-obrazovnih-postignu%C4%87a-za-kraj-srednjeg-obrazovanja-i-vaspitanja/>.

Друштво математичара Србије жели да обезбеди додатну подршку наставницима у процесу њихове успешне имплементације. Као први корак, припремљена су два чланка, од којих је први пред вама. У овом чланку представљен је теоријски оквир који је коришћен у развоју нових стандарда за основну и средњу школу, као и избор примера примене стандарда за крај основног образовања. Други чланак, који ће бити објављен у наредном броју часописа Настава математике, биће посвећен специфичностима стандарда образовних постигнућа на крају средњег образовања.

Осим ова два чланка, Друштво математичара Србије ће се трудити да кроз разне облике стручног усавршавања наставника омогући лакшу и ефикаснију примену стандарда у учионици, као и да ради на прављењу репозиторијума наставних материјала прилагођених савременој настави математике у основној и средњој школи.

Издавање на ову тему прва ауторка је одржала на Државном семинару о настави математике и рачунарства, октобра 2025. године у Београду.

Увод

Нови Стандарди образовних постигнућа за крај основног образовања [1] и Стандарди образовних постигнућа за крај средњег образовања [2], објављени 25. децембра 2024. године, представљају значајан помак у односу на претходне. Док су стари стандарди били претежно усмерени на садржаје, нови стандарди уводе компетенцијски приступ, чиме се у први план стављају математичко мишљење, примена знања, комуникација и ставови ученика према учењу математике. Овакав приступ одражава савремене образовне токове и усклађен је са стратешким документима, попут Стратегије образовања до 2030. године и европских Кључних компетенција за целоживотно учење. Нови стандарди имају за циљ развој функционалне писмености, односно способности да ученик употреби математичко знање у различитим животним ситуацијама.

У том смислу, стандарди се не фокусирају само на математичко знање, већ на то како ученик користи математичке идеје, репрезентације, моделе и аргументе да би донео одлуку, поставио питање, објаснио проблем или јасно представио свој закључак. Такав приступ се природно повезује и с другим писменостима: научном писменошћу (разумевање доказа и модела), дигиталном и АИ писменошћу (употреба технологије и дигиталних алата), разумевању података и статистичком писменошћу (критичко разумевање података), али и читалачком писменошћу (разумевање математичких текстова) и комуникацијским компетенцијама.

На тај начин, нови стандарди препознају математику као део ширег оквира „писмености за 21. век“, који укључује способност анализе информација, логичког закључивања, аргументације, решавања проблема и доношења одлука заснованих на доказима. Ови елементи чине заједничку основу математичке писмености, предметних компетенција и трансверзалних вештина, што нову генерацију стандарда чини изразито савременом и усклађеном са европским оквиром кључних компетенција.

Знање, компетенције и писменост

У савременом математичком образовању разликују се три важне и међусобно повезане категорије: математичко знање, математичке компетенције и математичка писменост. Иако се понекад у пракси ови појмови користе као синоними, они имају различита значења и воде ка различитим педагошким циљевима. Њихово јасно разумевање наставницима помаже да боље креирају активности, прате напредак ученика и усмеравају наставу ка стандардима који су засновани на развоју мишљења, а не само на репродукцији садржаја.

Математичко знање обухвата појмове, чињенице, правила, технике и процедуре које ученик треба да савлада у одређеном разреду. То је традиционално „градиво математике“, које укључује: дефиниције и својства математичких објеката; формуле и поступке рачунања; теореме и математичке чињенице; и стандардне алгоритме. Пример: Ученик зна шта је рационалан број и зна да сабира разломке.

Математичке компетенције представљају шири скуп способности које укључују знање, али и начин на који ученик то знање користи у математичким ситуацијама. Оне обухватају: концептуално разумевање; математичко закључивање и аргументацију; решавање проблема; моделовање; представљање и визуелизацију; употребу математичког језика и симбола; и комуникацију математичких идеја. Пример: ученик разуме правило сабирања разломака, односно уме да објасни зашто је резултат сабирања нови разломак са одређеним имениоцем и бројиоцем, и примењује разломке у новој ситуацији у оквиру математике или неке друге области.

Математичка писменост превазилази школску математику и односи се на функционалну употребу математике у стварним ситуацијама. Математички писмена особа може: да препозна математички аспект реалног проблема; да избебре и примени одговарајуће моделе; да интерпретира резултате у контексту; да донесе одлуку засновану на математичком аргументу; и да јасно представи свој закључак. Пример: ученик уме да процени повољнију понуду из позиције купца или продавца, прочита и интерпретира графикон или разуме ризик неке одлуке.

Нови стандарди постигнућа у математици у Србији темеље се на разумевању да:

- знање је потребно, али није довољно;
- компетенције омогућавају дубље разумевање и примену;
- писменост даје математици смисао и функцију у савременом друштву.

Овакав приступ значи помак од традиционалног учења садржаја ка развоју способности које омогућавају ученицима да користе математику као алат за закључивање, процењивање и доношење одлука – што је у складу са европским оквиром кључних компетенција [3] и савременим схватањем математичке и научне писмености [6].

Нови стандарди образовних постигнућа – концепт и формат

Стандарди су конципирани кроз три међусобно повезана нивоа постигнућа (основни, средњи и напредни) и заснивају се на два категорија предметних компетенција: општој и три специфичне.

Општа предметна компетенција (ОПК) – описује целокупан циљ учења математике на крају основне/средње школе и повезује предмет с развојем математичке писмености, критичког мишљења и способности одлучивања.

Три специфичне предметне компетенције (СПК1, СПК2, СПК3) – обухватају:

- СПК1 – ШТА ученик зна: математичка знања и концепти (бројеви, алгебра, геометрија, обрада података, случајност),
- СПК2 – КАКО ученик учи и размишља: мисаони процеси, методе и облици рада,
- СПК3 – ЗАШТО ученик учи математику: примена и значај знања у личном, професионалном, друштвеном и глобалном контексту.

СПК1 (ШТА), која има највише преклапања с претходно важећим стандардима, и даље обухвата традиционална математичка подручја – за основну

школу то су бројеви и алгебра, геометрија и мерење, обрада података и случајност – али свако од њих сада је описано кроз исходе учења, који наглашавају разумевање и употребу знања, а не пуко памћење чињеница. На пример, ученици не треба само да знају формулу за површину правоугаоника, већ и да разумеју односе између мера, користе процене и дигиталне алате. Иако је један од циљева нових стандарда да се исходи у оквиру ове специфично-предметне компетенције формулишу довољно опште како би се омогућиле једноставније и флексибилније измене наставних програма, урађена је и њихова детаљнија разрада. Тиме је обезбеђена јаснија веза с претходним стандардима и олакшана процена испуњености исхода у пракси. Ова додатна разрада представља саставни део стандарда и налази се на крају дела документа који се односи на предмет математика.

СПК2 (КАКО) је највећа новина јер обухвата начине мишљења и приступе учењу. Ученици се подстичу на индуктивно, аналитичко, визуелно, апстрактно и дедуктивно мишљење, на анализу, синтезу и генерализацију, као и на различите методе рада: учење кроз игру, тимски и истраживачки рад, дискусију и пројектну наставу. Ова компетенција омогућава да ученик активно учествује у учењу, а не да само прима информације.

СПК3 (ЗАШТО) указује на значај математике за појединца и друштво укључујући у наставу шири друштвени оквир. Она наглашава допринос математике развоју финансијске и дигиталне писмености, логичког мишљења, доношења одлука, еколошке свести и уметничке перцепције. Математика се приказује као универзални језик науке и део културне баштине, што помаже ученику да разуме и вреднује њену улогу у свету око себе.

Три нивоа постигнућа (основни, средњи и напредни) дефинисана су у оквиру сваке од три специфичне предметне компетенције. Они указују на пут развоја учениковог мишљења и примене знања:

- основни ниво – ученик савладава основне појмове и поступке, користи математику у једноставним реалним ситуацијама (мерења, новац, једноставни графикони);
- средњи ниво – ученик повезује и примењује знања, користи аналогiju, индукцију, истражује различите приступе и сарађује у решавању проблема;
- напредни ниво – ученик користи апстрактно и дедуктивно мишљење, моделује проблеме, доказује тврдње и повезује математику с другим наукама.

Ради јасније и једноставније примене стандарда, сваком исходу специфичних предметних компетенција додељена је ознака која садржи скуп слова и бројева с јасно дефинисаним значењем. Прва три слова упућују на предмет, па се за математику увек користи ознака МАТ. У оквиру компетенције СПК1 додаје се још једно слово које означава област математике: А за бројеве и алгебру, Г за геометрију и мерење и С за обраду података и случајност. Затим следе два слова која одређују ниво образовања, при чему ОО означава основно, а СО средње образовање. Након тога долази слово које означава ниво постигнућа: О је основни, С средњи, а Н напредни ниво. Следећи елемент је број који указује на специфично-предметну компетенцију којој исход припада, 1 за ШТА, 2 за КАКО и 3 за ЗАШТО, док завршни број представља редни број исхода у оквиру одго-

варајуће компетенције. Оваква структура ознака омогућава брзо и поуздано препознавање кључних информација о сваком исходу, што значајно олакшава планску примену стандарда у настави.

Пример ознаке исхода: МАТ.А.ОО.С.1.03

МАТ	А	ОО	С	1	03
Предмет (математика)	Област (бројеви и алгебра)	Образовање (основно)	Ниво постигнућа (средњи)	СПКЗ (ШТА)	Редни број исхода

Увођењем нових стандарда, наглашава се општеприсутна смерница савремене наставе – промена улоге наставника: од преносиоца знања постаје ментор који подстиче ученике да уче кроз истраживање, дискусију и аргументацију. Стандарди захтевају и промену у начину вредновања резултата учења, јер је нагласак на спроведеном мисаоном процесу, изложеној аргументацији и разумевању теорије, проблема и решења, а не само на добијању тачног резултата. Такође, стандарди нуде оквир за формативно праћење напретка ученика, јер су исходи постављени као јасни показатељи нивоа разумевања и примене. Наставник сада има алат који омогућава да диференцира наставу и подржи напредовање сваког ученика у складу с његовим потенцијалима.

Нови стандарди образовних постигнућа из математике представљају важан корак ка савременој, компетенцијски оријентисаној настави. Они не мере само колико ученик зна, већ и како размишља и како своје знање користи. За наставнике, ови стандарди нису додатни захтев, већ водич за квалитетније планирање и вредновање наставе. Омогућавају да математика постане простор за развијање радозналости, логике и креативности – области које су суштина математичког мишљења и темељ за целоживотно учење.

Значај нових стандарда за праћење, вредновање и оцењивање ученика

Нови стандарди постигнућа у математици, структурисани кроз димензије ШТА–КАКО–ЗАШТО, имају значајну улогу не само у планирању и реализацији наставе, већ и у процесу праћења напретка, вредновања и оцењивања ученика. У том смислу они представљају квалитативни помак у односу на раније стандарде, који су били претежно усмерени на садржаје. Савремени приступ подразумева да се напредовање ученика посматра у ширем контексту, кроз развој знања, начина мишљења и односа према учењу математике.

Праћење ученика више се не може свести искључиво на проверу тачности одговора, већ обухвата и увид у процес учења, стратегије које ученик користи, начин на који разуме математичке појмове и како образлаже своје закључке. У том смислу, стандарди из група КАКО и ЗАШТО омогућавају наставнику да препозна не само резултат, већ и квалитет учениковог мишљења, степен разумевања и ниво самосталности у решавању проблема. Они пружају јасан оквир за

учавање напретка, али и за идентификовање тешкоћа, чиме праћење постаје систематичније, смисленије и усмерено на развој.

У контексту формативног оцењивања, које у савременој настави има пре свега развојну функцију, стандарди представљају поуздану основу за давање квалитетне повратне информације ученицима. Таква повратна информација не своди се на вредновање тачности, већ помаже ученику да разуме шта већ зна, у којим аспектима напредује, а шта још треба да унапреди. Наставник, ослањајући се на стандарде, може прецизно да укаже да ли ученик примењује знање механички или га разуме, да ли образлаже поступке и да ли повезује садржаје са ширим контекстом. На тај начин формативно оцењивање добија јасну структуру и смисао, а ученик додатни подстрек да активно учествује у процесу сопственог учења.

Сумативно оцењивање, које се користи при закључивању оцено, такође добија нову димензију захваљујући стандардима. Уместо да се своди на квантитативно сабирање тачних решења, оцењивање се заснива на процени нивоа остварености стандарда у све три димензије: садржајној, процесној и рефлексивној. Тиме се постиже већа повезаност између онога што се учи, начина на који се учи и критеријума према којима се ученик вреднује, што доприноси објективнијем и праведнијем оцењивању. Ипак, у примени стандарда за сумативно оцењивање потребно је бити посебно обазрив, имајући у виду да нивои постигнућа нису одређени на основу емпиријских података из школског система, већ експертским проценама. Будући да у пракси постоји очекивање да се нивои стандарда повезују с бројчаним оцењивањем, важно је нагласити да таква веза још увек није методолошки утемељена нити валидационо потврђена. Због тога би додатна истраживања поузданости и применљивости нивоа постигнућа у аутентичним образовним контекстима требало да представљају наредни корак у развоју система вредновања ученика. Стандарди су по својој природи подложни изменама и требало би да се периодично емпиријски проверавају, што, нажалост, код нас није био случај још од доношења првих стандарда 2010. године. Ово је у складу са савременим приступом валидности који подразумева континуирано прикупљање доказа о томе да ли стандарди и праксе вредновања заиста остварују своју намену [4]. Нови стандарди, међутим, представљају важан корак ка усавршавању наставних програма и имају за циљ унапређење наставног процеса и побољшање образовних постигнућа. Посматрани на тај начин, они представљају смерницу и циљ коме се тежи: наведени исходи описују жељене ефекте учења, а њихово пуно остваривање захтеваће време и континуирану подршку у наставној пракси.

Примена нових стандарда доприноси и већој транспарентности у вредновању, јер наставник може јасније да образложи на основу чега је ученик оцењен, док ученици и родитељи добијају прецизнији увид у очекивања и нивое постигнућа. Стандарди тако постају ослонац за доследнију праксу оцењивања и снажан механизам за подстицање развоја математичког мишљења, а не само за класификацију ученика према успеху.

У том смислу, нови стандарди представљају интегративни оквир који повезује планирање наставе, праћење напредовања ученика и процес оцењивања, омогућавајући прелазак с традиционалног, репродуктивног модела ка моделу који

подстиче разумевање, рефлексију и трајни развој математичких компетенција.

Нови стандарди у настави основне школе

Нови стандарди не траже од наставника додатну администрацију. Напротив, они нуде јасне оријентире и олакшавају планирање часова и праћење ученика. У процесу примене стандарда у настави математике важно је нагласити да се један стандард из групе ШТА не везује искључиво за један елемент из групе КАКО и један из групе ЗАШТО, већ се сваки садржај може развијати кроз различите мисаоне процесе, методе рада и оправдавати кроз више образовно-васпитних циљева. Тиме се јасно указује на флексибилност стандарда и могућност њихове разноврсне педагошке интерпретације у наставној пракси.

У наставку је приказан пример повезивања стандарда из области геометрије са одговарајућим процесима мишљења и образовно-васпитним функцијама на основном, средњем и напредном нивоу. При томе се не нуде готови модели часова, већ се илуструју могуће путање развоја садржаја у складу са структурама ШТА–КАКО–ЗАШТО.

ПРИМЕР 1. *Примена стандарда за мерне величине геометријских објеката.* Приказаћемо како се стандард из СПК1 (ШТА), који се односи на мерне величине, може повезати са одговарајућим процесима мишљења, применом знања и образовно-васпитним функцијама на основном, средњем и напредном нивоу¹.

Табела 1. Основни ниво

ШТА (садржај)	КАКО (процес мишљења и методе)	ЗАШТО (сврха и примена)
МАТ.Г.ОО.О.1.7. Израчунавају мерне величине једноставних геометријских објеката користећи формуле и Питагорину теорему	МАТ.ОО.О.2.1. Менталне слике МАТ.ОО.О.2.2. Конкретизација МАТ.ОО.О.2.3. Повезивање чињеница МАТОО.О.2.7. Геометријски прибор МАТОО.О.2.8. Дигитални алати	МАТ.ОО.О.3.2. Вештине за свакодневне ситуације МАТОО.О.3.4. Примена у другим дисциплинама МАТОО.О.3.5. Сналажење у простору МАТОО.О.3.7. Самопоуздање у решавању проблема

На основном нивоу, табела 1, ученици развијају разумевање мерних величина ослањајући се пре свега на конкретне моделе, визуелне приказе и практичне активности. Употребом мрежа, модела, геометријског прибора и дигиталних алата формирају јасне менталне слике геометријских објеката и њихових димензија. Повезивањем познатих формула с конкретним примерима из окружења (мерење

¹У табелама 1-6 су описи исхода из група КАКО и ЗАШТО наведени скраћено.

димензија учионице, димензија клупа, „читање“ и цртање плана простора) ученици сагледавају смисао математичких поступака и њихову примену у свакодневном животу, чиме се истовремено развија просторна оријентација и јача самопоуздање у решавању проблемских ситуација.

Табела 2. Средњи ниво

ШТА (садржај)	КАКО (процес мишљења и методе)	ЗАШТО (сврха и примена)
МАТ.Г.ОО.С.1.5. Израчунавају и процењују мерне величине геометријских објеката, користе разлагања на једноставније објекте, служе се различитим јединицама мере	МАТ.ОО.С.2.1. Аналогија МАТ.ОО.С.2.2. Анализа и синтеза МАТ.ОО.С.2.3. Индукција МАТ.ОО.С.2.4. Прелазак на апстрактно МАТ.ОО.С.2.8. Софтвери	МАТ.ОО.С.3.2. Логичко решавање животних ситуација МАТ.ОО.С.3.5. Примена у природним наукама МАТ.ОО.С.3.6. Примена у техници и уметности

На средњем нивоу, табела 2, ученици прелазе с једноставног рачунања на процењивање и анализу мерних величина. Разлажу сложене геометријске објекте на једноставније, пореде различите јединице мере и повезују резултате с реалним ситуацијама. Кроз анализу, аналогију и индуктивно закључивање развија се апстрактнији начин мишљења, а примена у контекстима природних наука, технике и уметности доприноси функционалној улози математике и дубљем разумевању значења мерења у пракси.

Табела 3. Напредни ниво

ШТА (садржај)	КАКО (процес мишљења и методе)	ЗАШТО (сврха и примена)
МАТ.Г.ОО.Н.1.4. Израчунавају и процењују мерне величине геометријских објеката кад потребни елементи нису непосредно дати	МАТ.ОО.Н.2.1. Генерализација и доказ МАТ.ОО.Н.2.2. Анализа и синтеза МАТ.ОО.Н.2.3. Аналогија у поступцима и концептима МАТ.ОО.Н.2.4. Апстракција МАТ.ОО.Н.2.5. ИКТ алати	МАТ.ОО.Н.3.1. Прецизан математички језик МАТ.ОО.Н.3.4. Припрема за више образовање МАТ.ОО.Н.3.6. Логичка аргументација

На напредном нивоу, табела 3, ученици решавају проблемске ситуације у којима не располажу непосредним подацима, већ до потребних величина долазе посредним путем, ослањајући се на апстрактно резонување, генерализацију и доказивање. У фокусу није само тачност резултата, већ и разумевање структуре проблема, јасна аргументација и употреба прецизног математичког језика, чиме се ученици систематски припремају за даље математичко образовање и комплексније облике мишљења.

Следећи пример илуструје како се добро познати садржаји и устаљени задаци наставе математике могу повезати с новим стандардима постигнућа. На овај начин желимо да покажемо да нови стандарди не значе „нову математику“, већ унапређени приступ који би требало да омогући боља постигнућа ученика.

ПРИМЕР 2. Положај тврђења „Збир углова у троуглу је 180° “ у стандардима. Анализираћемо како се добро познато основно тврђење „збир углова у троуглу је 180° “, које је са становишта наставе једно од најважнијих, може сагледати кроз стандарде постигнућа. Ово тврђење повезујемо са сва три нивоа стандарда, као и са све три специфичне компетенције.

Табела 4. Стандарди са основног нивоа

ШТА	КАКО	ЗАШТО
МАТ.Г.ОО.О.1.6. Препознају врсте углова МАТ.Г.ОО.О.1.7. Израчунавају мерне величине једноставних геометријских објеката користећи одговарајуће формуле и геометријски прибор МАТ.Г.ОО.О.1.8. Користе јединице мере за углове	МАТ.ОО.О.2.1. Менталне слике МАТ.ОО.О.2.2. Конкретизација (модел и мерење) МАТ.ОО.О.2.3. Повезивање чињеница МАТ.ОО.О.2.7. Коришћење геометријског прибора (угломера, шестара) МАТ.ОО.О.2.8. Дигитални алати	МАТ.ОО.О.3.2. Вештине за свакодневне ситуације МАТ.ОО.О.3.5. Сналажење у простору МАТ.ОО.О.3.7. Самопоуздање у решавању проблема

На основном нивоу, табела 4, ученици мере углове у различитим троугловима користећи угломер или дигиталне алате, или секу и спајају углове исечених троуглова како би уочили да заједно формирају опружени угао. Такође, могу преносити углове шестаром како би конструктивно (приближно) сабрали њихове мере. Кроз већи број конкретних примера, ученици индуктивно закључују да збир углова у троуглу износи око 180° . Циљ наставе на овом нивоу јесте формирање менталне слике и емпиријска потврда, без формалног доказа.

Табела 5. Стандарди са средњег нивоа

ШТА	КАКО	ЗАШТО
МАТ.Г.ОО.С.1.5. Израчунавају и процењују мерне величине геометријских објеката, користе разлагања на једноставније облике МАТ.Г.ОО.С.1.7. Знају и користе основна тврђења о троуглу и многоугловима	МАТ.ОО.С.2.1. Аналогије МАТ.ОО.С.2.3. Индукција и препознавање образаца МАТ.ОО.С.2.4. Прелазак с конкретнот на апстрактно мишљење МАТ.ОО.С.2.9. Критичко преиспитивање резултата	МАТ.ОО.С.3.1. Развијање математичког језика и прецизног изражавања МАТ.ОО.С.3.4. Припрема за даље школовање МАТ.ОО.С.3.5. Повезивање математике с природним наукама и техником

На средњем нивоу, табела 5, ученици индуктивно долазе до хипотезе о збиру углова у троуглу кроз многобројне примере и формулишу тврђење. Повезују тврђење о збиру углова с паралелним правим и трансверзалом, разумеју да се тврђење може користити за одређивање збира унутрашњих углова многоугла и резонују да се конвексни четвороугао разлаже на два троугла, петоугао на три троугла итд. Ово је ниво преласка од експеримента ка уопштавању и формирању правила.

Табела 6. Стандарди с напредног нивоа

ШТА	КАКО	ЗАШТО
МАТ.Г.ОО.Н.1.6. Доказују геометријска тврђења МАТ.Г.ОО.Н.1.4. Израчунавају и процењују мерне величине када елементи нису непосредно дати	МАТ.ОО.Н.2.1. Генерализација и формални доказ МАТ.ОО.Н.2.3. Аналогије на вишем нивоу (повезивање с паралелним правим, трансверзалама, многоугловима) МАТ.ОО.Н.2.4. Апстрактно и формално мишљење	МАТ.ОО.Н.3.4. Припрема за СТЕМ области и напредно математичко образовање МАТ.ОО.Н.3.5. Развијање критичког мишљења кроз доказивање

На напредном нивоу, табела 6, ученици доказују теорему о збиру углова у троуглу коришћењем трансверзале и паралелних правих, проучавају последице

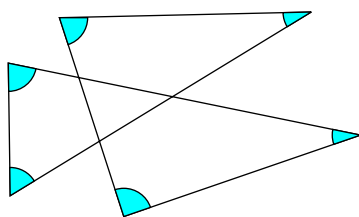
тог доказа (нпр. спољашњи угао једнак је збиру два унутрашња несуседна угла), генерализују резултат на многоуглове и формално изводе формулу. Решавају и сложеније задатке у којима су елементи задати посредно. Ово је ниво доказа, формализма и апстракције.

Приказани пример тврђења у настави омогућује процес који иде од мерења и „сецања“ троуглова, преко индукције и генерализације, ка формалном доказу. На тај начин ученици постепено прелазе с конкретног на визуелно, затим на уопштавање и на крају на формални ниво. Ова путања је изузетно важна јер омогућава и наставнику и ученику да препознају докле је ученик стигао у датом тренутку и да на тај начин прате процес учења и развој мишљења.

За крај овог дела наводимо неколико задатака у којима се примењује разматрано тврђење. Напомињемо да је скуп задатака и проблема за овај садржај готово неограничен; циљ примера који следе јесте да илуструју препознавање везе између једноставно формулисаних задатака и стандарда постигнућа.

ЗАДАЦИ

1. У троуглу је познато да је угао $\alpha = 60^\circ$ и угао $\beta = 100^\circ$. Одредити угао γ .
2. У троуглу је $\gamma = 40^\circ$, а угао α је за 20° већи од угла β . Одредити све углове троугла.
3. Одредити углове троугла ако се зна да се њихове мерне вредности односе као $2 : 3 : 4$.
4. Одредити збир освенчених углова на слици испод.



Задатак 1 припада основном нивоу, јер ученик користи само основно тврђење да је збир углова у троуглу 180° . Операције које користи при решавању рачунског су типа, без потребе за моделовањем или апстракцијом, и задатак не проверава ништа сем примене формуле, односно познавање правила за збир углова. Овај задатак повезан је са стандардом КАКО МАТ.ОО.О.2.3 – повезивање чињеница (препознавање релевантног правила), док из стандарда ЗАШТО проверава првенствено МАТ.ОО.О.3.7 – самопоуздање у решавању проблема малог когнитивног захтева.

Задатак 2 припада средњем нивоу, јер од ученика захтева превођење језичког описа у математички израз ($\alpha = \beta + 20^\circ$), тј. укључује један ниво симболизације и решавање једноставне једначине. Ученик треба да зна да постави проблем, а не само да сабира углове. Из стандарда КАКО задатак доминантно проверава МАТ.ОО.С.2.4 – прелазак са вербалног описа на математички израз. Из стандарда ЗАШТО задатак се повезује са стандардима МАТ.ОО.С.3.1 – развијање

математичког језика и МАТ.ОО.С.3.4 – припрема за сложеније задатке и проширивање знања.

Задатак 3 налази се на прелазу између средњег и напредног нивоа. За разлику од задатка 2, овај задатак има додатне захтеве који обухватају разумевање пропорционалности, и у ту сврху коришћење израза типа $2x$, $3x$, $4x$ и препознавање да је $2x + 3x + 4x = 180^\circ$. Другим речима, задатак захтева разумевање пропорционалности, симболичко моделовање и комбиновање садржаја алгебре и геометрије. У групи стандарда КАКО овај задатак доминантно проверава МАТ.ОО.С.2.3 – индуктивно и алгебарско резоновање и МАТ.ОО.С.2.4 – прелазак са конкретних бројева на симболичко представљање. У групи стандарда ЗАШТО задатак се може посматрати кроз стандард МАТ.ОО.С.3.4 – припрема за даље школовање и дубље разумевање алгебре и геометрије.

Задатак 4 у највећој мери припада напредном нивоу, јер обухвата разумевање геометријских чињеница у сложеним конфигурацијама. У погледу стандарда КАКО задатак доминантно припада стандарду МАТ.ОО.Н.2.4 – апстракција, јер је потребно да ученик одвоји структуру од визуелног „шума“ пресецања. У стандардима ЗАШТО може се подвести под МАТ.ОО.С.3.5 – повезаност геометрије и логичког мишљења и МАТ.ОО.Н.3.5 – развој критичког и дедуктивног мишљења.

Закључак

Нови стандарди образовних постигнућа за крај основног образовања у математици представљају важан корак ка савременијој, јаснијој и квалитетнијој настави. Њихова примена захтева промишљен и постепен приступ, али не подразумева додатне административне обавезе, већ наставницима нуди ослонац за лакше планирање, праћење и вредновање рада ученика.

У раду смо приказали основне новине и начин на који стандарди унапређују претходне документе, користећи добро познате математичке садржаје као мост између традиције и савременог приступа. Посебан акценат стављен је на стандарде из групе КАКО, који омогућавају систематично посматрање мисаоних процеса ученика које је дуго недостајало у нашој наставној пракси. Приказани примери показују да нови стандарди не уводе „нову математику“, већ нови поглед на учење и подучавање, у коме је фокус на разумевању, аргументацији и примени знања. Додатни материјал посвећени стандардима из групе ЗАШТО видимо као најпотребнију помоћ за имплементацију стандарда у наставу математике и Друштво математичара Србије ће узети активну улогу у тимовима који ће на томе радити заједно с релевантним институцијама.

Сматрамо да је неопходни наредни корак израда одговарајућих приручника који прате донете стандарде са циљем да наставницима понуде јасну и стручну подршку, како би нови стандарди постали подстицај за бољу, креативнију и смисленију наставу математике, односно наставу која развија радозналост, логичко мишљење и трајну математичку писменост.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Правилник о стандардима образовних постигнућа за крај првог циклуса основног образовања и за крај основног образовања*, „Службени гласник РС“, број 103 од 24. децембра 2024.
- [2] *Правилник о стандардима образовних постигнућа за крај средњег образовања и васпитања*, „Службени гласник РС“, број 103 од 24. децембра 2024.
- [3] European Commission, *Key Competences for Lifelong Learning*, 2018.
- [4] M. Kane, *Current concerns in validity theory*, Journal of Educational Measurement, **38**(4) (2001), 319–342. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2001.tb01130.x>
- [5] M. Niss, T. Hjørsgaard, *Mathematical competencies revisited*, Educ. Stud. Math. **102** (2019), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- [6] OECD, *PISA 2021 Mathematics Framework*, OECD Publ., 2021. <https://doi.org/10.1787/13c8fc03-en>

З.Л.: Природно-математички факултет, Нови Сад

E-mail: zorana@dmi.uns.ac.rs

С.Д.: Природно-математички факултет, Крагујевац

E-mail: sladjana.dimitrijevic@pmf.kg.ac.rs