Др Ариф Золић

ПРИЈЕМНИ ИСПИТИ У МАТЕМАТИЧКОЈ ГИМНАЗИЈИ

Математичка гимназија у Београду је јединствена средња школа за надарене ученике у области математике, информатике и природних наука. Основана је 1966. године, а од школске 2004/05. године обухвата и два завршна разреда основне школе.

Основне карактеристике рада Математичке гимназије су:

- препознавање и избор надарених ученика за математику, информатику, природне науке и примене;
- избор и неговање надарених наставника;
- стварање одговарајућих услова за рад са надареним ученицима;
- стална брига и усавршавање наставног процеса рада, водећи рачуна о тенденцијама савременог развоја математике и њених примена.

Не умањујући значај осталих карактеристика рада Математичке гимназије, овде ћемо дати кратак осврт на пријемне испите за упис. Наиме, добро је познато да за избор ученика Математичке гимназије користимо неколико основних критеријума: претходни успех у основој школи, постигнуте резултате на такмичењима и резултат на пријемном испиту. Истакнуто место међу овим критеријумима има постигнути резултат на пријемном испиту.

Пријемни испити у Математичкој гимназији у Београду одржавају се од њеног оснивања.

У периоду од 1966. до 1974. године, док је школа била трогодишња, пријемни испит за упис у други разред полагао се писмено и усмено. Нажалост, нису сачувани задаци са испита из тог периода. Остала су само сећања учесника на тим испитима – ученика који су полагали пријемни и чланова комисија.

Почевши од школске 1975/76. године уводи се први разред са четири одељења, тако да Математичка гимназија постаје четворогодишња средња школа, па је и пријемни испит томе прилагођен, с тим што је он само писмени. У првом периоду (1975–1992) ученици су на пријемном испиту решавали од 7 до 13 задатака. Њихови радови су прегледани комисијски. Од 1993. године уводи се тест од 12 задатака са понуђеним одговорима. На тај начин поједностављено је прегледање и оцењивање и практично избегнути сви приговори. Овај систем је добио облик *стандардизованог теста*. Користи се и за упис у осталим школама у Србији које имају одељења која раде по програму Математичке гимназије.

За упис у одељења основне школе, од 2004. године, полаже се тест способности, који је сличног облика као и пријемни испит за упис у први разред гимназије, али са мањим бројем задатака (обично осам), и са прилагођеним градивом.

Ради илустрације и боље оријентације оних који намеравају да полажу пријемни испит, овде дајемо задатке са оба испита у 2016. години, као и избор од по неколико задатака из ранијих година.

Пријемни испит за упис у први разред 2016. године

1. Вредност израза $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{24}+\sqrt{150}}{\sqrt{12}}\cdot\sqrt{2}$ је:
A) $4\sqrt{2}$; **B)** $2\sqrt{3}$; **C)** $5\sqrt{2}$; **D)** $4\sqrt{3}$; **E)** 4.

2. Дате су реченице:
(I) Ако су равни α и β нормалне на раван γ, онда су нормалне међу собом.
(II) Ако су равни α и β нормалне на раван γ, онда су паралелне међу собом.
(III) Ако су две равни паралелне једној правој, онда су паралелне међу собом.
Које су међу овим реченицама тачне?
A) ниједна; **B)** само (I); **C)** само (II); **D)** само (III); **E)** све.

3. Збир свих решења једначине $\dfrac{|x-4|}{2-\dfrac{3}{|x-4|}}=3$ је:
A) 0; **B)** 1; **C)** 4; **D)** 7; **E)** 8.

4. Ако је $x+y=5$ и $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=10$, онда је $x(x-1)+y(y-1)$ једнако:
A) 20; **B)** 16; **C)** 19; **D)** 21; **E)** 25.

5. Нека су M и N средишта, редом, катета $AC=8\,\mathrm{cm}$ и $BC=15\,\mathrm{cm}$ правоуглог троугла ABC. Кружница над пречником AC сече дуж MN у тачки P, кружница над пречником BC сече ту дуж у тчаки Q. Дужина дужи PQ је:
A) $3\,\mathrm{cm}$; **B)** $\dfrac{17}{6}\,\mathrm{cm}$; **C)** $\dfrac{23}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$; **D)** $\dfrac{17}{2}\,\mathrm{cm}$; **E)** $\dfrac{5}{2}$.

6. Површина правилног дванаестоугла чији је полупречник описаног круга $30\,\mathrm{cm}$ износи [у cm^2]:
A) 5400; **B)** 1350; **C)** $1350\sqrt{3}$; **D)** 2700; **E)** $2700\sqrt{3}$.

7. Кружница конструисана над страницом AC троугла ABC као пречником садржи средиште странице BC и сече страницу AB у тачки D тако да је $AD:DB=1:2$. Ако је $AB=3\,\mathrm{cm}$, површина троугла ABC је:
A) $4\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$; **E)** $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$.

8. Колико има природних бројева n таквих да је број $n^2+2n+29$ квадрат неког природног броја?
A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** више од 3.

9. Збир цифара петоцифреног броја $\overline{abcde}$ једнак је 10, при чему су све цифре међусобно различите и $a\neq 0$, $e\neq 0$. Ако овај број саберемо с бројем

написаним истим цифрама у обрнутом поретку, добија се број чије су све цифре једнаке међу собом. Таквих петоцифрених бројева $\overline{abcde}$ има:

А) мање од 3; **B)** 3; **C)** 4; **D)** 6; **E)** више од 6.

10. Све бочне ивице тростране пирамиде имају дужину 4 cm. Два угла при врху те пирамиде су једнака 90°, а трећи је 60°. Површина пирамиде износи [у cm^2]:

A) $16+4\sqrt{7}$ **B)** $8+4\sqrt{3}+4\sqrt{7}$ **C)** $16+4\sqrt{3}+4\sqrt{7}$
D) $16+4\sqrt{3}$ **E)** $16+8\sqrt{3}+4\sqrt{7}$

11. У низу простих бројева 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... нека три узастопна броја $p, , q, r$ су такви да је $p^2+q^2+r^2$ такође прост број. Колико има таквих тројки (p,q,r)?

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

12. Мирко је играо шах против компјутера и записивао резултате. После неког броја одиграних партија, проценат партија које је добио био је 60%. Направио је одмор, а затим је одиграо још 10 партија и све добио. Тако је проценат добијених партија порастао на 80%. Колико још најмање треба да одигра партија (и притом неке добије а неке не) да би укупан проценат добијених партија постао 70%?

A) 5; **B)** 10; **C)** 15; **D)** 20; **E)** 25.

Неколико задатака из ранијих година

1. (2006) Нека су P, Q, R средишта ивица AB, BC, CC_1 коцке $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ако је дужина ивице коцке 2 cm, онда је површина пресека те коцке и равни која је одређена тачкама P, Q, R једнака [у cm^3]:

A) $2\sqrt{3}$; **B)** $\frac{16}{3}\sqrt{3}$; **C)** $2\sqrt{2}$; **D)** $\frac{4}{3}\sqrt{3}$; **E)** $3\sqrt{3}$.

2. (2008) Страница AB троугла ABC износи 6 cm, а угао наспрам ње је 150°. Површина круга описаног око троугла ABC је [у cm^2]:

A) 9π; **B)** 18π; **C)** 27π; **D)** 36π; **E)** 72π.

3. (2009) Просек старости Снежане и седам патуљака је 78 година. Сви патуљци имају различит број година и ниједан није старији од 90 година. Ако је n најмањи могући број Снежаниних година, тада је:

A) $n<10$; **B)** $10\leqslant n<12$; **C)** $12\leqslant n<14$; **D)** $14\leqslant n<16$; **E)** $n\geqslant 16$.

4. (2010) У акваријуму облика квадра, чије дно има странице 75 cm и 20 cm а висина је 60 cm, налази се вода до висине 36 cm. Десет камених коцки ивице 5 cm стави се у акваријум тако да се све спусте на дно. Ако се ниво воде повећа за h, тада је [у cm]:

A) $h<1$; **B)** $1\leqslant h<1{,}2$; **C)** $1{,}2\leqslant h<2{,}4$; **D)** $2{,}4\leqslant h<3{,}6$; **E)** $h\geqslant 3$.

5. (2011) Круна краља Хијерона, састављена само од злата и сребра, била је тешка 20 фунти. Она у води од своје тежине привидно изгуби 5/4 фунте. Зна се да 77/4 фунте злата губи у води 1 фунту у тежини, а 21/2 фунте сребра губи такође 1 фунту. Колико фунти злата је било у круни?

A) 15; **B)** $\frac{33}{2}$; **C)** $\frac{61}{4}$; **D)** $\frac{121}{8}$; **E)** $\frac{63}{4}$.

6. (2012) Двоцифрених природних бројева код којих се збир цифара не мења ако их помножимо било којим од бројева 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 има:
A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** више од 3.
7. (2013) На једном острву 2/3 свих мушкараца је ожењено, и то женама са острва, а 3/5 свих жена је удато, и то за мушкарце са острва. Који део свих становника тог острва је у браку?
A) $\frac{6}{19}$; **B)** $\frac{19}{30}$; **C)** $\frac{12}{19}$; **D)** $\frac{11}{15}$; **E)** $\frac{7}{15}$.
8. (2014) На табли су написани редом сви природни бројеви од 1 до 444. Затим су избрисани они бројеви који су једнаки степену (са изложиоцем већим од 1) неког природног броја. Колико је бројева остало неизбрисано на табли?
A) 413; **B)** 415; **C)** 417; **D)** 418; **E)** 419.
9. (2015) Висина SS' тростране питамиде $SABC$ је $\frac{9}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$. Ако је бочна страна SAB једнакостранични троугао странице $SA = 6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$, а остале ивице су међусобно једнаке ($SC = AC = BC$), запремина пирамиде је [у cm^3]:
A) 81; **B)** $44\sqrt{6}$; **C)** $\frac{343}{6}\sqrt{3}$; **D)** $\left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2\sqrt{5}$; **E)** 64.

Тест способности за упис у 7. разред 2016. године

1. Дати су изрази:
$$a=\left(\frac{3}{40}-0{,}25\right):\left(-\frac{5}{4}\right)+1{,}125;\quad b=\frac{3}{40}-0{,}25:\left(-\frac{5}{4}\right)+1{,}125;$$
$$c=\frac{3}{40}-0{,}25:\left(-\frac{5}{4}+1{,}125\right);\qquad d=\left(\frac{3}{40}-0{,}25\right):\left(-\frac{5}{4}+1{,}125\right).$$
Тачно је тврђење:
A) $a>c$; **B)** $c<b$; **C)** $c=d$; **D)** $b=d$; **E)** $a>b$.
2. Решење једначине
$$(x-2016)-(x-2015)+(x-2014)-(x-2013)+$$
$$+\cdots+(x-2)-(x-1)+x=-|1008-2016|$$
припада интервалу:
A) $(-\infty,-2000]$ **B)** $(-2000,-1000]$ **C)** $(-1000,1000]$
D) $(1000,2000]$ **E)** $(2000,+\infty)$
3. Колико има природних бројева мањих од 2016 који се завршавају цифром 5 и једнаки су производу четири међусобно различита проста броја?
A) 2; **B)** 4; **C)** 6; **D)** 8; **E)** 10.
4. У једнакокраком троуглу ABC обима 2016 cm крак је три пута дужи од основице AB. Нека су M, N и P тачке на страницама, редом, BC, AB и CA, такве да је $MN \parallel CA$ и $NP \parallel BC$. Обим четвороугла $CMNP$ је:
A) 1728 cm; **B)** 2016 cm; **C)** 864 cm; **D)** 1440 cm; **E)** 1152 cm.
5. Једна посластичарница је уговорила израду торти за неку прославу. У цени торте чоколада учествује са 40%, а јаја са 25%. Цена чоколаде је у

међувремену порасла за 15%, а јаја за 8%. За колико процената треба повећати цену торте да посластичарница не би била на губитку?

A) 5%; **B)** 6,5%; **C)** 8%; **D)** 10%; **E)** 11,5%.

6. Троугао ABC је тупоугли са тупим углом код темена B. Симетрале спољашњих углова код темена A и C секу праве BC и AB, редом, у тачкама D и E. Ако је $AD = AC = CE$, тада је угао код темена B једнак:

   A) $135°$; **B)** $120°$; **C)** $100°$; **D)** $105°$; **E)** $108°$.

7. Троугао ABC има странице дужина $BC = 17\,\mathrm{cm}$, $CA = 12\,\mathrm{cm}$ и $AB = 23\,\mathrm{cm}$. Тачка D је средиште странице AB, а тачка E је подножје нормале из темена A на симетралу унутрашњег угла датог троугла из темена C. Дужина дужи DE је:

   A) 1,5 cm; **B)** 2 cm; **C)** 2,5 cm; **D)** 3 cm; **E)** 3,5 cm.

8. Ана, Бане и Цеца погађају непознати шестоцифрени број, знајући да су његове цифре 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Они дају следеће прогнозе за тај број:

   Ана: 123456; Бане: 245163; Цеца: 463215.

   Ако се зна да је Ана погодила тачно место за три цифре, Бане такође за 3 цифре, а Цеца само за једну цифру, непознати број је дељив са:

   A) 18; **B)** 45; **C)** 15, али не са 45; **D)** 24; **E)** 12, али не са 24.

Неколико задатака из ранијих година

1. (2006) У паралелограму $ABCD$ тачка E је средиште странице AB, а F је тачка у којој дуж DE сече дијагоналу $AC = 15\,\mathrm{cm}$. Дужина дужи AF је:

   A) 3 cm; **B)** 4 cm; **C)** 5 cm; **D)** 6 cm; **E)** 7 cm.

2. (2007) Време потребно чамцу да стигне узводно од места A до места B на обали реке је 5 пута веће од времена потребног да стигне низводно од места B до места A. Колико пута је брзина чамца у мирној води већа од брзине речног тока?

   A) 1,5 пута; **B)** 2 пута; **C)** 3 пута; **D)** 4 пута; **E)** 5 пута.

3. (2012) Ако је p највећи прост број који је делилац броја 2012, онда је збир свих решења једначине $|2012 - x| = 2012 : p$ једнак:

   A) 4024; **B)** 4016; **C)** 2016; **D)** 2008; **E)** 0.

4. (2014) Колико има непразних подскупова скупа $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ код којих је збир најмањег и највећег елемента једнак 7 ?

   A) 16; **B)** 19; **C)** 20; **D)** 21; **E)** 22.

5. (2015) На кружници су записани бројеви 1, 2 и 3. Затим је између свака два суседна броја записан њихов збир, па су сад на кружници бројеви 1, 3, 2, 5, 3, 4. Овај поступак се понови још четири пута. Колики је тада збир свих 96 бројева који су записани на кружници?

   A) 486; **B)** 990; **C)** 1458; **D)** 2178; **E)** 4374.

Математичка гимназија, Краљице Наталије 37, Београд

E-mail: `azolic@diginaut.rs`